

Математика ЕГЭ 2014 (система задач из открытого банка заданий)

Задания В1

Арифметические задачи

Материалы подготовили:

Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: akoryanov@mail.ru
Надежкина Н.В. (г. Иркутск); e-mail: nadezhkina@yahoo.com

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Вычисления без округления	2
2. Округление десятичной дроби к ближайшему целому числу	7
3. Округление десятичной дроби к целому числу с недостатком	8
4. Округление десятичной дроби к целому числу с избытком	9
5. Задачи на части	12
6. Дроби и проценты	13
7. Процентное изменение величины	17
8. Дополнительные задачи	22
Решения задач-прототипов	26
Ответы	33
Список и источники литературы	35

Элементы содержания, проверяемые заданиями В1 по кодификатору:

1.1.1. Целые числа.
1.1.3. Дроби, проценты, рациональные числа.
2.1.12. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Проверяемые требования (умения) в заданиях В1 по кодификатору:

6.1. Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Введение

Данное пособие является первым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению задачи В1 – самой первой и, казалось бы, самой простой среди 14 заданий части В. Действительно, В1 – это очень простая текстовая задача. Для ее успешного решения необходимо знать математику в объеме средней (не старшей, а именно средней) школы и уметь понимать смысл прочитанного. С учетом того, что ЕГЭ сдают все-таки 11-классники, казалось бы, процент верных ответов к этой задаче на экзамене должен быть очень близок к 100. В реальности же в 2012 (2011) году на ЕГЭ по математике задание В1 (для решения которого было достаточно лишь знания основ арифметики на уровне 5-6 классов) верно решили около 89% (80,1%) выпускников. Ситуация на репетиционном экзамене в Москве в марте 2012 года была еще серьезнее – когда задачу В1 «про счетчик» (аналогичную задачам 1.4.1-1.4.3 данного пособия) не смогли верно решить около 30% выпускников московских школ, на это обратили внимания не только люди, непосредственно связанные со школьным математическим образованием, но и многие российские СМИ.

Отметим также, что, независимо от причины получения неверного ответа, потеря балла при решении задачи В1 критична для слабого ученика (обычно эту задачу включают в «самый необхо-

димый минимум» подготовки на уровне «только чтобы сдать») и неприятна для сильного ученика (чтобы «восстановить» этот потерянный балл, нужно безукоризненно решить, например, тригонометрическое уравнение в С1 или неравенство (дробно-рациональное, показательное, логарифмическое) в С3, что несравнимо сложнее, чем практически устно посчитать и записать верный ответ в В1).

Таким образом, к безукоризненному решению задачи В1 учащихся необходимо подготовить. В качестве материала для подготовки к решению данного задания, на наш взгляд, логично и эффективно использование стройной и репрезентативной системы задач, выбранных из «открытого банка заданий» [7]. Данное пособие предлагает, на наш взгляд, именно такую систему задач.

Структура пособия такова, что все задачи, наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собственную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы задач систематизированы по содержанию и разделены на семь разделов. Каждый тип задачи представлен тремя задачами (первая из этих трех задач и есть прототип данного типа задач), что позволяет учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю - использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых двух вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число в тройной нумерации каждой задачи означает номер раздела, второе число – номер типа задачи внутри этого раздела, третье число - номер задачи внутри типа (или номер варианта). Для первых задач каждого типа (прототипов) представлены подробные решения, для всех задач есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения задач-прототипов представлены отдельно для того, чтобы в конкрет-

ном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения задач-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем задачам для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

1. Вычисления без округления

Первые 15 задач представляют собой задачи на вычисление без округления. От учащихся требуется только внимательность при чтении условия задачи и аккуратность при проведении арифметических действий.

Напомним некоторые единицы измерения.

Единицы измерения длины

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 0,1 \text{ дм}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 0,001 \text{ км}$$

Единицы измерения времени

$$1 \text{ мин.} = 60 \text{ сек.}$$

$$1 \text{ ч} = 60 \text{ мин.} = 3600 \text{ сек.}$$

$$1 \text{ сутки} = 24 \text{ ч}$$

Единицы измерения массы

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ г} = 0,001 \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 0,001 \text{ т}$$

Денежные единицы

$$1 \text{ руб.} = 100 \text{ коп.}$$

$$1 \text{ коп.} = 0,01 \text{ руб.}$$

• Чтобы найти *среднее арифметическое* нескольких чисел, нужно сложить эти числа и полученную сумму разделить на число слагаемых

Пример 1. Коля, Сережа и Вася были в походе. Подойдя к лесу, они решили сделать привал. У Коли было 2 пирожка, у Сережи 4 и у Васи 6. Все пирожки мальчики разделили поровну и съели. Сколько пирожков съел каждый?

Решение. Всего у мальчиков было $2+4+6=12$ пирожков. Каждому досталось по $12:3=4$ пирожка.

Ответ: по 4 пирожка.

• Чтобы найти *среднюю скорость движения*, необходимо все пройденное расстояние разделить на общее время движения.

Пример 2. Путешественник шел 1 ч со скоростью 5,3 км/ч, 2 ч со скоростью 5 км/ч, 3 ч со скоростью 4,5 км/ч. С какой постоянной скоростью он должен был идти, чтобы пройти то же расстояние за то же время?

Решение. Все пройденное расстояние равно $5,3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4,5 \cdot 3 = 28,8$ (км). Общее время движения равно $1+2+3=6$ (ч). Средняя скорость движения $\frac{28,8}{6} = 4,8$ (км/ч).

Ответ: 4,8 км/ч.

Некоторые задачи удобно решать с помощью пропорции.

• *Пропорцией* называется равенство двух отношений.

$$a:b=c:d \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

• Основное свойство пропорции. Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних её членов:

если $a:b=c:d$, то $a \cdot d = b \cdot c$;

или произведения накрест лежащих членов равны:

$$\text{если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } a \cdot d = b \cdot c.$$

• Основное свойство пропорции позволяет вычислить любой из членов пропорции, если он неизвестен

$$a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}.$$

• Если с увеличением (уменьшением) одной величины в несколько раз другая величина увеличивается (уменьшается) во столько же раз, то такие величины называются *прямо пропорциональными* величинами.

• Если с увеличением (уменьшением) одной величины в несколько раз другая величина уменьшается (увеличивается) во столько же раз, то такие величины называются *обратно пропорциональными* величинами.

Пример 3. При выпечке хлеба из килограмма ржаной муки получается 1,4 кг хлеба. Сколько килограммов муки расходует завод на выпечку 21 ц хлеба?

Решение. Обозначим неизвестное через x (кг). Так как количество муки и количество хлеба – прямо пропорциональные величины, то имеем

$$\begin{array}{lcl} \downarrow \text{Мука} & & \text{Хлеб} \downarrow \\ 1 \text{ кг} & - & 1,4 \text{ кг} \\ x \text{ кг} & - & 2100 \text{ кг} \end{array} \quad \frac{1}{x} = \frac{1,4}{2100};$$

$$x = \frac{2100 \cdot 1}{1,4} \text{ или } x = 1500.$$

Ответ: 1500 кг.

Пример 4. Два каменщика одинаковой производительности труда могут сложить стену за 15 дней. За сколько дней могут сложить эту стену 5 каменщиков при той же производительности труда?

Решение. Обозначим искомую величину через x (дней). Так как количество каменщиков и количество дней – обратно пропорциональные величины, то имеем

$$\begin{array}{lcl} \downarrow \text{Кол-во} & & \text{Кол-во} \uparrow \\ \text{каменщиков} & & \text{дней} \end{array} \quad \frac{2}{5} = \frac{x}{15};$$

$$\begin{array}{lcl} 2 & - & 15 \\ 5 & - & x \end{array}$$

$$x = \frac{2 \cdot 15}{5} \text{ или } x = 6.$$

Ответ: 6 дней.

Пример 5. Один килограмм огурцов стоит 15 рублей. Мама купила 2 кг 400 г огурцов. Сколько рублей сдачи она должна получить со 100 рублей?

Решение. Так как $2 \text{ кг } 400 \text{ г} = 2,4 \text{ кг}$, то покупка стоит $15 \cdot 2,4 = 36$ рублей. Тогда сдача будет составлять $100 - 36 = 64$ рубля.

Ответ: 64.

Замечание. Для задач, взятых из банка заданий, ответ будем записывать без единиц измерения.

Пример 6. Таксист за месяц проехал 5000 км. Стоимость 1 литра бензина 19,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Решение. 1) Стоимость 1 литра бензина 19,5 рубля, а 10 литров стоят $10 \cdot 19,5 = 195$ рублей.

2) На 100 км потрачено 195 рублей, а на 5000 км будет потрачено $195 \cdot \frac{5000}{100} = 195 \cdot 50 = 9750$ рублей.

Краткая запись с помощью пропорций:
 $1 \text{ л} - 19,5 \text{ руб.} \quad \frac{1}{10} = \frac{19,5}{x}; x = \frac{10 \cdot 19,5}{1} = 195.$
 $10 \text{ л} - x \text{ руб.} \quad \frac{195}{100} = \frac{x}{5000}; x = \frac{195 \cdot 5000}{100} = 9750.$

Ответ: 9750.

1.1.1.(прототип 77336) Поезд Новосибирск-Красноярск отправляется в 15:20, а прибывает в 4:20 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

1.1.2.(78947) Поезд Санкт-Петербург-Москва отправляется в 23:55, а прибывает в 7:55 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

1.1.3.(78959) Поезд Москва-Мурманск отправляется в 1:03, а прибывает в 12:03 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

1.2.1.(прототип 26623) Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 41 поездку. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 580 рублей, а разовая поездка – 20 рублей?

1.2.2.(2537) Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 750 рублей, а разовая поездка – 19 рублей?

1.2.3.(24827) Аня купила проездной билет на месяц и сделала за месяц 44 поездки. Сколько рублей она сэкономила, если проездной билет на месяц стоит 755 рублей, а разовая поездка – 22 рубля?

1.3.1.(прототип 77332) Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

1.3.2.(78071) Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 5 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 21 учителю (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

1.3.3.(78089) Выпускники 11 "А" покупают букеты цветов для последнего звонка: из 7 роз каждому учителю и из 11 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 25 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

1.4.1.(прототип 77333) 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 80 копеек. Счетчик электроэнергии 1 ноября пока-

зывал 12625 киловатт-часов, а 1 декабря показывал 12802 киловатт-часа. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

1.4.2.(78137) 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 10 копеек. Счетчик электроэнергии 1 апреля показывал 11834 киловатт-часа, а 1 мая показывал 11990 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за апрель?

1.4.3.(78777) 1 киловатт-час электроэнергии стоит 2 рубля 50 копеек. Счетчик электроэнергии 1 июня показывал 15329 киловатт-часов, а 1 июля показывал 15514 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за июнь?

1.5.1.(прототип 314867) В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 сентября счётчик показывал расход 103 куб. м воды, а 1 октября — 114 куб. м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за сентябрь, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 19 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях.

1.5.2.(314869) В квартире, где проживает Пётр, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 января счётчик показывал расход 193 куб. м воды, а 1 февраля — 205 куб. м. Какую сумму должен заплатить Пётр за холодную воду за январь, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 8 руб. 70 коп.? Ответ дайте в рублях.

1.5.3.(319015) В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода горячей воды (счётчик). 1 марта счётчик показывал расход 938 куб. м воды, а 1 апреля — 948 куб. м. Какую сумму должен заплатить Алексей за горячую воду за март, если цена 1 куб. м горячей воды составляет 84 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

1.6.1.(прототип 77335) Маша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость

одного SMS-сообщения 1 рубль 30 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Маши было 30 рублей. Сколько рублей останется у Маши после отправки всех сообщений?

1.6.2.(78911) Саша отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 11 друзьям. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 70 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Саши было 42 рубля. Сколько рублей останется у Саши после отправки всех сообщений?

1.6.3.(78921) Катя отправила SMS-сообщения с новогодними поздравлениями своим 16 друзьям. Стоимость одного SMS-сообщения 1 рубль 90 копеек. Перед отправкой сообщения на счету у Кати было 44 рубля. Сколько рублей останется у Кати после отправки всех сообщений?

1.7.1.(прототип 77331) На счету Машинного мобильного телефона было 53 рубля, а после разговора с Леной осталось 8 рублей. Сколько минут длился разговор с Леной, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

1.7.2.(77505) На счету Юлиного мобильного телефона был 71 рубль, а после разговора с Мишей осталось 47 рублей. Сколько минут длился разговор с Мишей, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек.

1.7.3.(77911) На счету Лениного мобильного телефона было 74 рубля, а после разговора с Толей осталось 29 рублей. Сколько минут длился разговор с Толей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек.

1.8.1.(прототип 282847) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 28 литров бензина по цене 28 руб. 50 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

1.8.2.(282925) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 34 литра бензина по цене 24 руб. 80 коп.

за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

1.8.3.(282947) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 21 литр бензина по цене 31 руб. 90 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

1.9.1.(прототип 282848) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 31 руб. 20 коп. Сдачи клиент получил 1 руб. 60 коп. Сколько литров бензина было залито в бак?

1.9.2.(282969) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 26 руб. 50 коп. Сдачи клиент получил 284 руб. 50 коп. Сколько литров бензина было залито в бак?

1.9.3.(282983) На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить бензин до полного бака. Цена бензина 25 руб. 40 коп. Сдачи клиент получил 466 руб. 60 коп. Сколько литров бензина было залито в бак?

1.10.1.(прототип 26636) Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 1 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 500 рублей?

1.10.2.(6313) Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Мама купила 3 кг 200 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 1000 рублей?

1.10.3.(25145) Летом килограмм клубники стоит 70 рублей. Маша купила 4 кг 300 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 350 рублей?

1.11.1.(прототип 26632) Таксист за месяц проехал 6000 км. Стоимость 1 литра бензина 20 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

1.11.2.(6215) Таксист за месяц проехал 7000 км. Стоимость 1 литра бензина 22,5 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

1.11.3.(25375) Таксист за месяц проехал 5000 км. Стоимость 1 литра бензина 19,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

1.12.1.(прототип 318581) Бегун пробежал 50 м за 5 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

1.12.2.(318751) Бегун пробежал 150 м за 15 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

1.12.3.(318755) Бегун пробежал 400 м за 45 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

1.13.1.(прототип 77356) Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 36 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

1.13.2.(83795) Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 72 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

1.13.3.(83799) Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 88 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

1.14.1.(прототип 318583) Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том,

что полет проходит на высоте 37000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

1.14.2.(318857) Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 18000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

1.14.3.(318945) Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 18060 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

1.15.1. Участница соревнований по фигурному катанию на коньках получила оценки 5,3; 4,8; 5,4; 5,0; 5,3; 5,4; 5,3; 5,2; 5,1. Найдите среднюю оценку этой участницы.

1.15.2. Автомобиль двигался 3,2 ч по шоссе со скоростью 90 км/ч, затем 1,5 ч по грунтовой дороге со скоростью 45 км/ч, наконец, 0,3 ч по проселочной дороге со скоростью 30 км/ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.

1.15.3. С поля 87 га сняли урожай 10450 ц картофеля, а с поля площадью 113 га собрали 14980 ц картофеля. Найдите среднюю урожайность картофеля на этих полях.

2. Округление десятичной дроби к ближайшему целому числу

В следующих четырех типах задач используется правило округления десятичной дроби к ближайшему целому числу.

- Если в округляемой положительной десятичной дроби цифра, стоящая после запятой (разряд десятые), меньше 5, то число округляется до разряда единиц в целой части в меньшую сторону. Если же в округляемом числе цифра, стоящая после запятой, не меньше 5, то число округляется в большую сторону.

Например: $16,83 \rightarrow 17$; $4,3 \rightarrow 4$; $0,5 \rightarrow 1$; $8,256 \rightarrow 8$.

Пример 7. Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 42 мили в час? Ответ округлите до целого числа.

Решение. Так как 1 миля = 1,609 км, то скорость автомобиля равна $42 \cdot 1,609 = 67,578$ (км/ч). Число десятых равно 5, поэтому полученное число округляем в большую сторону $67,578 \approx 68$.

Ответ: 68.

2.1.1.(прототип 26640) Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

2.1.2.(6381) Павел Иванович купил американский автомобиль, на спидометре которого скорость измеряется в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 33 мили в час? Ответ округлите до целого числа.

2.1.3.(5291) Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 41 милю в час? Ответ округлите до целого числа.

2.2.1.(прототип 77334) В обменном пункте 1 гривна стоит 3 рубля 70 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг помидоров по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

2.2.2.(78819) В обменном пункте 1 гривна стоит 3 рубля 90 копеек. Отдыхающие обменивали рубли на гривны и купили 7 кг помидоров по цене 5 гривен за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

2.2.3.(78829) В обменном пункте 1 гривна стоит 4 рубля 10 копеек. Отдыхающие обменивали рубли на гривны и купили 8 кг огурцов по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.

2.3.1.(прототип 318579) Диагональ экрана телевизора равна 64 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.3.2.(318587) Диагональ экрана телевизора равна 109 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.3.3.(318589) Диагональ экрана телевизора равна 145 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.4.1.(прототип 318580) Рост Джона 6 футов 1 дюйм. Выразите рост Джона в сантиметрах, если 1 фут равен 0,305 м, а 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.4.2.(318683) Рост Гарри 5 футов 2 дюйма. Выразите рост Гарри в сантиметрах, если 1 фут равен 0,305 м, а 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.4.3.(318697) Рост Билла 4 фута 5 дюймов. Выразите рост Билла в сантиметрах, если 1 фут равен 0,305 м, а 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

3. Округление десятичной дроби к целому числу с недостатком

В предлагаемых четырех типах задач используется правило округления десятичной дроби к целому числу с недостатком.

• *Округление с недостатком (округление к меньшему, округление вниз) положительной десятичной дроби к целому числу сводится к выбору ближайшего целого числа после отбрасывания младших разрядов.*

Например, $2,67 \rightarrow 2$; $31,2 \rightarrow 31$.

Задачи данного типа можно решать как делением с остатком, так и прикидкой, используя умножение.

Пример 8. Пакет молока стоит 21 рубль 30 копеек. Сколько пакетов молока можно купить на 500 рублей?

Решение. Так как $21 \text{ руб. } 30 \text{ коп.} = 21,3 \text{ руб.}$, то разделим 500 на 21,3 или 5000 на 213 с остатком $5000 : 213 = 23 (\text{ост. } 101)$. Значит, можно купить 23 пакета молока и получить сдачу 10 руб. 10 коп.

Можно сделать прикидку. Если брать уменьшенную стоимость пакета 21 руб., то денег хватило бы на 20 пакетов и еще осталось 80 руб.: $500 = 21 \cdot 20 + 80$. На 80 руб. больше трех пакетов молока не купить. Поэтому умножением проверим $21,3 \cdot 23 = 489,9$ (руб.).

Ответ: 23.

3.1.1.(прототип 26616) Сырок стоит 7 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

3.1.2.(2445) Сырок стоит 6 рублей 60 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 80 рублей?

3.1.3.(24765) Сырок стоит 5 рублей 20 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 50 рублей?

3.2.1.(прототип 26626) Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?

3.2.2.(2579) Шоколадка стоит 30 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 500 рублей в воскресенье?

3.2.3.(2581) Шоколадка стоит 25 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 230 рублей в воскресенье?

3.3.1.(прототип 26637) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

3.3.2.(25513) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Ромашки стоят 25 рублей за штуку. У Вани есть 120 рублей. Из какого наибольшего числа ромашек он может купить букет Маше на день рождения?

3.3.3.(25523) На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Розы стоят 80 рублей за штуку. У Вани есть 300 рублей. Из какого наибольшего числа роз он может купить букет Маше на день рождения?

3.4.1.(прототип 26641) В университетскую библиотеку привезли новые учебники по обществознанию для 1-3 курсов, по 360 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помеща-

ется 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

3.4.2.(24611) В университетскую библиотеку привезли новые учебники по общей медицине для 3-5 курсов, по 140 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

3.4.3.(24633) В университетскую библиотеку привезли новые учебники по механике для 1-4 курсов, по 360 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

4. Округление десятичной дроби к целому числу с избытком

В двенадцати типах задач используется правило округления десятичной дроби к целому числу с избытком.

• *Округление с избытком (округление к большему, округление вверх) положительной десятичной дроби к целому числу сводится к выбору ближайшего большего целого числа, которое получается при добавлении 1 к целому числу после отбрасывания младших разрядов.*

Например, $3,2 \rightarrow 4$, $452,6 \rightarrow 453$.

Пример 9. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 300 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

Решение. За 6 недель будет израсходовано $6 \cdot 300 = 1800$ листов. Разделим число необходимых листов бумаги на количество листов в одной пачке: $1800 : 500 = 3(\text{ост.} 300)$.

Получаем 3 целые пачки и еще 300 листов, то есть необходимо купить наименьшее количество пачек – это 4.

Ответ: 4.

4.1.1.(прототип 26617) Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

4.1.2.(25167) Теплоход рассчитан на 850 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

4.1.3.(25201) Теплоход рассчитан на 1100 пассажиров и 35 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 90 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

4.2.1.(прототип 26622) В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

4.2.2.(25231) В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 800 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 7 недель?

4.2.3.(25249) В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 5 недель?

4.3.1.(прототип 26624) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

4.3.2.(2555) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,25 г 3 раза в день в течение 18 дней. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

4.3.3.(2561) Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 16 дней. В одной упаковке 12 таблеток лекарства по 0,25 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

4.4.1.(прототип 26625) Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Хозяйка готовит 6 литров маринада. В магазине продаются пачки лимонной кислоты по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

4.4.2.(24891) Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 18 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

4.4.3.(24899) Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 15 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 5 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 7 литров маринада?

4.5.1.(прототип 26635) В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

4.5.2.(25077) В летнем лагере 169 детей и 24 воспитателя. В автобус помещается не более 28 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

4.5.3.(25105) В летнем лагере 152 ребенка и 21 воспитатель. В автобус помещается не более 30 пассажиров. Сколько автобу-

сов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

4.6.1.(прототип 26634) В летнем лагере на каждого участника полагается 40 г сахара в день. В лагере 166 человек. Сколько килограммовых пачек сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

4.6.2.(24387) В летнем лагере на каждого участника полагается 20 г сахара в день. В лагере 235 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 6 дней?

4.6.3.(24417) В летнем лагере на каждого участника полагается 60 г сахара в день. В лагере 217 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 6 дней?

4.7.1.(прототип 26642) Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 27 кг вишни?

4.7.2.(24431) Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 13 кг яблок?

4.7.3.(24433) Для приготовления яблочного варенья на 1 кг яблок нужно 1,2 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 7 кг яблок?

4.8.1.(прототип 77337) В школе есть трехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 20 человек?

4.8.2.(79005) В школе есть шестиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 26 человек?

4.8.3.(79009) В школе есть пятиместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 16 человек?

4.9.1.(прототип 77338) В общежитии института в каждой комнате можно поселить четырех человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 83 иногородних студентов?

4.9.2.(79079) В общежитии института в каждой комнате можно поселить трех человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 97 иногородних студентов?

4.9.3.(79089) В общежитии института в каждой комнате можно поселить пятерых человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 87 иногородних студентов?

4.10.1.(прототип 77339) Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

4.10.2.(79207) Каждый день во время конференции расходуется 90 пакетиков чая. Конференция длится 4 дня. Чай продается в пачках по 25 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

4.10.3.(79213) Каждый день во время конференции расходуется 90 пакетиков чая. Конференция длится 9 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

4.11.1.(прототип 77351) В доме, в котором живет Маша, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живет в квартире №130. В каком подъезде живет Маша?

4.11.2.(83335) В доме, в котором живет Оля, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 6 квартир. Оля живет в квартире №98. В каком подъезде живет Оля?

4.11.3.(83341) В доме, в котором живет Катя, 17 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 3 кварти-

ры. Катя живет в квартире №78. В каком подъезде живет Катя?

4.12.1.(прототип 77350) В доме, в котором живет Петя, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Петя живет в квартире 50. На каком этаже живет Петя?

4.12.2.(82089) В доме, в котором живет Вася, один подъезд. На каждом этаже по одиннадцать квартир. Вася живет в квартире 47. На каком этаже живет Вася?

4.12.3.(82099) В доме, в котором живет Боря, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Боря живет в квартире 63. На каком этаже живет Боря?

5. Задачи на части

В разделе рассматриваются задачи, в которых величины состоят из частей. В некоторых из них части представлены явно, в других надо суметь выделить, приняв подходящую величину за 1 часть и определив, из скольких таких частей состоят другие величины, о которых идет речь в задаче.

• Чтобы разделить число пропорционально данным числам (разделить в данном отношении), надо разделить это число на сумму данных чисел и результат умножить на каждое из них.

Пример 10. Отрезок длиной 20 см разделить в отношении 3:7.

Решение. Первый способ.

Находим $\frac{20}{10} \cdot 3 = 6$ см; $\frac{20}{10} \cdot 7 = 14$ см.

Второй способ. Пусть на 1 часть приходится x см, тогда длина одного отрезка равна $3x$ см, а другого – $7x$ см. Составим уравнение $3x + 7x = 20$. Отсюда $x = 2$. Значит, длина первого отрезка равна $3 \cdot 2 = 6$ см, а второго $7 \cdot 2 = 14$ см.

Ответ: 6 см, 14 см.

Пример 11. Для варки варенья из вишни на 2 части ягод берут 3 части са-

хара. Сколько сахара надо взять на 10 кг ягод?

Решение. Первый способ.

На 1 часть приходится $10:2=5$ (кг) ягод, тогда на 3 части приходится $5 \cdot 3 = 15$ (кг) сахара.

Второй способ. Пусть требуется x кг сахара. Так как количество частей прямо пропорционально массе, то составим

пропорцию $\frac{2}{10} = \frac{3}{x}$. Отсюда находим не-

известный член пропорции $x = \frac{10 \cdot 3}{2}$ или $x = 15$.

Ответ: 15 кг.

• Чтобы разделить число на части, обратно пропорциональные данным числам, надо разделить это число на части, прямо пропорциональные числам, обратным данным.

Пример 12. Число 32 разделить обратно пропорционально числам 3 и 5.

Решение. Числа, обратные данным, относятся как $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 5:3$. Получим

$\frac{32}{8} \cdot 5 = 20$; $\frac{32}{8} \cdot 3 = 12$. Проверка: $\frac{20}{12} = \frac{5}{3}$.

Ответ: 20; 12.

5.1.1. На производство костюма было израсходовано $2,8 \text{ м}^2$ ткани. Площади ткани, израсходованной на пиджак, брюки и жилетку, относятся как 7:5:2. Сколько ткани пошло на брюки?

5.1.2. Рыбу разрезали на пять кусков в отношении по весу 14:12:10:9:15, причем второй кусок весил 132 г. Сколько весила вся рыба?

5.1.3. Число 570 разделите в отношении $\frac{3}{4} : \frac{1}{5}$.

6. Дроби и проценты

В данном разделе используют разные способы решения простейших задач на дроби и проценты (применение правила, составление и решение уравнения, с помощью пропорций).

Три основные (простейшие) задачи на дроби

• Чтобы найти дробь от данного числа, нужно умножить дробь на это число.

$$(a \text{ составляет } p \text{ от } b) \Rightarrow a = p \cdot b.$$

Пример 13. Путешественник прошел за два дня 30 км. В первый день он прошел 0,6 всего пути. Сколько километров прошел путешественник в первый день?

Решение. Так как $0,6 = \frac{6}{10}$, то в первый день путешественник прошел $\frac{6}{10} \cdot 30 = 18$ км.

Ответ: 18 км.

• Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо это значение разделить на дробь.

$$(a \text{ составляет } p \text{ от } b) \Rightarrow b = a : p.$$

Пример 14. Расчистили от снега $\frac{3}{5}$ катка, что составляет 600 м². Найдите площадь всего катка.

Решение. Первый способ.

$$600 : \frac{3}{5} = 600 \cdot \frac{5}{3} = 1000 (\text{м}^2).$$

Второй способ. Обозначим искомую величину через x м². Тогда согласно первой задаче имеем уравнение $\frac{3}{5} \cdot x = 600$.

Отсюда получаем $x = 600 : \frac{3}{5}$ или $x = 1000$.

Третий способ. Принимаем площадь всего катка за 1. Обозначим площадь всего катка через x м². Так как площадь всего катка прямо пропорциональна очищенной площади катка, то составим пропор-

цию $\frac{x}{600} = \frac{1}{3/5}$. Отсюда находим неиз-

вестный член пропорции $x = \frac{600 \cdot 1}{3/5}$ или $x = 1000$.

Ответ: 1000 м².

• Чтобы найти отношение двух чисел, надо одно число разделить на другое.

$$(a \text{ составляет } p \text{ от } b) \Rightarrow p = \frac{a}{b}.$$

При делении большего числа на меньшее число мы находим, во сколько раз одно число больше другого. При делении меньшего числа на большее мы находим, какую часть меньшее число составляет от большего.

Пример 15. Во сколько раз длина прямоугольника, равная 120 см, больше ширины прямоугольника, равной 0,8 м?

Решение. Выразим длину и ширину прямоугольника в одинаковых единицах меры – дециметрах: 150 см = 15 дм; 0,8 м = 8 дм. Получаем $12 \text{ дм} : 8 \text{ дм} = 1,5$ (раза).

Ответ: в 1,5 раза.

Пример 16. По норме рабочий должен изготовить 60 деталей. Он изготовил 25 деталей. Какую часть нормы выполнил рабочий?

Решение. Находим искомую величину $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$.

Ответ: $\frac{5}{12}$.

Нахождение дроби от данного числа

6.1.1.(прототип 318582) В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять $\frac{1}{10}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для

пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

6.1.2.(318761) В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 8 человек следует взять $\frac{3}{4}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 4 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

6.1.3.(318773) В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 8 человек следует взять $\frac{1}{5}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 9 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

Нахождение числа по его дроби

6.2.1. Свая возвышается над водой на 1,5 м, что составляет $\frac{3}{16}$ длины всей сваи. Какова длина всей сваи?

6.2.2. На элеватор отправили 211,2 т зерна, что составляет 0,88 зерна, намолоченного за день. Сколько зерна намолотили за день?

6.2.3. Продано $\frac{2}{7}$ полученных магазином лыж, после чего осталось 80 пар лыж. Сколько пар лыж было получено магазином?

Нахождение отношения двух чисел

6.3.1. Длина лыжной дистанции равна 800 м. Аня прошла на лыжах 300 м. Какую часть дистанции прошла Аня?

6.3.2. В книге 650 страниц. Сережа прочитал 234 страницы. Какую часть книги прочитал Сережа?

6.3.3. Из 240 лошадей было 30 вороных, 130 серых, остальные рыжей масти. Во сколько раз всех лошадей больше, чем лошадей рыжей масти?

Понятие процента

Для обозначения одной сотой числа употребляют слово *процент*. При записи вместо слова *процент* используют знак %.

Так как 1% равен сотой части величины, то вся величина равна 100%.

• Чтобы обратить десятичную или обыкновенную дробь в проценты, надо ее умножить на 100.

Пример 17. Запишите в процентах десятичные дроби: а) 0,3; б) 0,75; в) 0,462.

Решение. а) $0,3 \cdot 100 = 30(\%)$;

б) $0,75 \cdot 100 = 75(\%)$;

в) $0,462 \cdot 100 = 46,2(\%)$.

Пример 18. Запишите в процентах обыкновенные дроби: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{1}{5}$.

Решение. а) $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50(\%)$;

б) $\frac{3}{4} \cdot 100 = 75(\%)$; в) $\frac{1}{5} \cdot 100 = 20(\%)$.

• Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо разделить число процентов на 100.

Пример 19. Запишите в виде десятичной дроби: а) 1%; б) 15%; в) 20%; г) 60%.

Решение. а) $1\% = 0,01$; б) $15\% = 0,15$; в) $20\% = 0,2$; г) $60\% = 0,6$.

• **Запомните!**

$1\% = \frac{1}{100}$; $2\% = \frac{1}{50}$; $4\% = \frac{1}{25}$; $5\% = \frac{1}{20}$;

$10\% = \frac{1}{10}$; $20\% = \frac{1}{5}$; $25\% = \frac{1}{4}$; $50\% = \frac{1}{2}$;

$75\% = \frac{3}{4}$; $100\% = 1$; $200\% = 2$.

Во всех задачах на проценты следует понимать, какая величина принимается за 100%.

Пример 20. В классе 80% учащихся занимаются спортом. Сколько процентов учащихся класса не занимаются спортом?

Решение. Количество всех учащихся принимаем за 100%. Тогда $100 - 80 = 20(\%)$ учащихся класса не занимаются спортом.

Три основные (простейшие) задачи на проценты

• Чтобы найти проценты от данного числа, надо:

- 1) выразить проценты в виде дроби;
- 2) умножить данное число на эту дробь.

$$(a \text{ составляет } p\% \text{ от } b) \Rightarrow a = \frac{p}{100} \cdot b.$$

Пример 21. В семенах сои содержится 20% масла. Сколько масла содержится в 700 кг сои?

Решение. 1) $20\% = 0,2$.

$$2) 700 \cdot 0,2 = 140(\text{кг}).$$

Ответ: 140 кг.

• Чтобы найти число по данным его процентам, надо:

- 1) выразить проценты в виде дроби;
- 2) разделить данное число на эту дробь.

$$(a \text{ составляет } p\% \text{ от } b) \Rightarrow b = a : \frac{p}{100}$$

Пример 22. Из свежих слив выходит 35% сушеных. Сколько надо взять свежих слив, чтобы получить 140 кг сушеных?

Решение. Первый способ.

$$1) 35\% = 0,35.$$

$$2) 140 : 0,35 = 400(\text{кг}).$$

Второй способ. Обозначим искомую величину через x . Тогда согласно первой задаче имеем уравнение $0,35 \cdot x = 140$. Отсюда получаем $x = 140 : 0,35$ или $x = 400$.

Третий способ. Принимаем массу свежих слив за 100%. Обозначим массу свежих слив через x кг. Так как масса свежих слив прямо пропорциональна массе сушеных слив, то составим пропорцию

$$\frac{x}{140} = \frac{100}{35}. \text{ Отсюда находим неизвестный}$$

$$\text{член пропорции } x = \frac{100 \cdot 140}{35} \text{ или}$$

$$x = 400.$$

Ответ: 400 кг.

• Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо:

- 1) найти отношение этих чисел;
- 2) умножить это отношение на 100 и приписать знак %.

$(a \text{ составляет } p\% \text{ от } b) \Rightarrow$

$$\Rightarrow p = \frac{a}{b} \cdot 100(\%)$$

Пример 23. Из винтовки сделано 50 выстрелов, при этом в цель попало 45 пуль. Узнать процент попаданий.

Решение. Искомую величину находим по правилу: $\frac{45}{50} \cdot 100 = 90(\%).$

Ответ: 90%.

Нахождение процента от данного числа

6.4.1.(прототип 77345) Только 94% из 27500 выпускников города правильно решили задачу В1. Сколько человек правильно решили задачу В1?

6.4.2.(80781) Только 91% из 26500 выпускников города правильно решили задачу В2. Сколько человек правильно решили задачу В2?

6.4.3.(80791) Только 78% из 23000 выпускников города правильно решили задачу В7. Сколько человек правильно решили задачу В7?

Нахождение числа по его проценту

6.5.1.(прототип 77344) Призерами городской олимпиады по математике стало 48 учеников, что составило 12% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

6.5.2.(80507) Призерами городской олимпиады по математике стало 57 учеников, что составило 19% от числа участников. Сколько человек участвовало в олимпиаде?

6.5.3.(80517) Призерами городской олимпиады по математике стало 60 учеников, что составило 24% от числа участников.

Сколько человек участвовало в олимпиаде?

6.6.1.(прототип 77340) В школе 124 ученика изучают французский язык, что составляет 25% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

6.6.2.(79277) В школе 92 ученика изучают французский язык, что составляет 23% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

6.6.3.(79771) В школе 90 учеников изучают французский язык, что составляет 12% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

6.7.1.(прототип 77341) 27 выпускников школы собираются учиться в технических вузах. Они составляют 30% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

6.7.2.(79787) 48 выпускников школы собираются учиться в технических вузах. Они составляют 40% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

6.7.3.(79993) 10 выпускников школы собираются учиться в технических вузах. Они составляют 8% от числа выпускников. Сколько в школе выпускников?

Нахождение процентного отношения
двух чисел

6.8.1. В классе 20 учащихся, из них 13 учеников занимаются в танцевальном кружке. Сколько процентов учащихся класса ходят в танцевальный кружок?

6.8.2. В книге 140 страниц. Галя прочитала 35 страниц. Какой процент книги Гале осталось прочитать?

6.8.3. Сколько процентов соли содержит раствор, приготовленный из 35 г соли и 165 г воды?

Разные задачи

6.9.1.(прототип 26628) Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и 2 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

6.9.2.(2593) Железнодорожный билет для взрослого стоит 530 рублей. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 14 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

6.9.3.(24571) Железнодорожный билет для взрослого стоит 680 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 20 школьников и 4 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

6.10.1.(прототип 77347) В школе 800 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают немецкий язык. Сколько учеников в школе изучают немецкий язык, если в начальной школе немецкий язык не изучается?

6.10.2.(81661) В школе 960 учеников, из них 25% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 40% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

6.10.3.(81775) В школе 1050 учеников, из них 30% — ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 20% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучают французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

6.11.1.(прототип 26631) В городе N живет 200000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 45% не работает (пенсионеры, домохозяйки, безработные). Сколько взрослых работает?

6.11.2.(24715) В городе N живет 500000 жителей. Среди них 15% детей и подростков. Среди взрослых 30% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

6.11.3.(24745) В городе N живет 2500000 жителей. Среди них 20% детей и подростков. Среди взрослых 45% не работает (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т.п.). Сколько взрослых жителей работает?

6.12.1.(прототип 77348) Среди 40000 жителей города 60% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 80% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

6.12.2.(81823) Среди 80000 жителей города 40% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 75% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

6.12.3.(81947) Среди 85000 жителей города 50% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 80% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

6.13.1.(прототип 314968) Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 5% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,4 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку весом в возрасте четырёх месяцев и весом 5 кг в течение суток?

6.13.2.(314969) Одна таблетка лекарства весит 40 мг и содержит 14% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 7 кг в течение суток?

6.13.3.(315113) Одна таблетка лекарства весит 60 мг и содержит 8% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

7. Процентное изменение величины

Задачи на процентное изменение величины уже нельзя отнести к простейшим, и решаются они за несколько действий. В большинстве случаев эти задачи удобнее решать с помощью формул.

- *Формула для процентного увеличения величины:*

$$A_1 = A_0 + 0,01p \cdot A_0 = A_0(1 + 0,01p), \text{ где}$$

A_0 - первоначальное значение величины

A , A_1 - новое значение величины A ,

p – процент изменения величины A .

- *Формула для процентного уменьшения величины:*

$$A_1 = A_0 - 0,01p \cdot A_0 = A_0(1 - 0,01p).$$

- *Формула «сложных» процентов:*

$$A_2 = A_0(1 \pm 0,01p_1)(1 \pm 0,01p_2).$$

С каждой из приведенных формул связаны три задачи: прямая задача и две обратные задачи. Отметим, что прямую задачу решают арифметическим способом (прямое вычисление), обратную задачу – алгебраическим способом, обозначая искомую величину буквой и составляя уравнение.

Пример 24. Число 300 увеличили на 5%. Найти новое число.

Решение. Так как $5\% = 0,05$, то имеем $300 + 0,05 \cdot 300 = 300(1 + 0,05) = 300 \cdot 1,05 = 315$.

Ответ: 315.

Пример 25. Число 315 уменьшили на 5%. Найти новое число.

Решение. Используем краткую запись: $315(1 - 0,05) = 300 \cdot 0,95 = 299,25$.

Замечание. Учащийся, возможно, до решения сразу даст ответ 300. Но теперь проценты находим от большего числа, чем в предыдущей задаче, поэтому ответ будет другой. В некоторых задачах до их решения уместно задавать вопрос учащимся о возможном ответе.

Ответ: 299,25.

Пример 26. Некоторое число увеличили на 30%, после чего получилось число 650. Найти исходное число.

Решение. Обозначим искомое число через x . Так как $30\% = 0,3$, то используя формулу для процентного увеличения, составим уравнение $x(1 + 0,3) = 650$. Отсюда получаем $x = \frac{650}{1,3}$ или $x = 500$.

Ответ: 500.

Пример 27. Число 320 уменьшили на несколько процентов и получили число 192. Найти это число процентов.

Решение. Обозначим через a часть, на которую уменьшили данное число. Составим уравнение $320(1 + a) = 192$. Далее получаем $1 + a = \frac{192}{320}$; $1 + a = 0,6$; $a = 0,4$.

Значит, данное число уменьшили на 40%.

Ответ: 40%.

В задачах на процентное изменение величины часто задаваемый вопрос состоит в нахождении процентов. Поэтому имеет смысл применять готовые формулы процентного «прироста», которые легко выводятся из формул для процентного увеличения или процентного уменьшения величины.

• *Формулы процентного «прироста»*

а) *при увеличении* $p = \frac{A_1 - A_0}{A_0} \cdot 100 (\%)$;

б) *при уменьшении* $p = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100 (\%)$.

Формулу можно прочитать следующим образом: из большего числа вычитаем меньшее число и делим на исходное число.

Пример 28. Футболка стоила 360 рублей. После повышения цены она стала стоить 378 рублей. На сколько процентов была повышена цена на футболку?

Решение. По формуле процентного «прироста» имеем

$$p = \frac{378 - 360}{360} \cdot 100 (\%) = 5 (\%).$$

Ответ: 5%.

Пример 29. Число 240 увеличили на 30%, а затем увеличили на 70%. Найти полученное число.

Решение. Так как $30\% = 0,3$ и $70\% = 0,7$, то после первого увеличения имеем $240(1 + 0,3) = 312$. После второго увеличения получаем $312(1 + 0,7) = 530,4$.

Краткая запись:

$$240(1 + 0,3)(1 + 0,7) = 530,4.$$

Ответ: 530,4.

Пример 30. Зарплата служащего составляла 2000 у.е. Затем зарплату повысили на 20%, а вскоре понизили на 20%. Сколько стал получать служащий?

Решение. Так как $20\% = 0,2$, то имеем $2000(1 + 0,2)(1 - 0,2) = 1920$.

Ответ: 1920 у.е.

Пример 31. Зарплата служащего составляла 2000 у.е. Затем зарплату понизили на 20%, а вскоре повысили на 20%. Сколько стал получать служащий?

Решение. Так как $20\% = 0,2$, то имеем $2000(1 - 0,2)(1 + 0,2) = 1920$.

Ответ: 1920 у.е.

Нахождение нового значения A_1
величины A

7.1.1.(прототип 77353) В сентябре 1 кг слив стоил 60 рублей. В октябре сливы подорожали на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

7.1.2.(83659) В сентябре 1 кг слив стоил 70 рублей. В октябре сливы подорожали на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг слив после подорожания в октябре?

7.1.3.(83679) В сентябре 1 кг картофеля стоил 20 рублей. В октябре картофель подорожал на 35%. Сколько рублей стоил 1 кг картофеля после подорожания в октябре?

7.2.1.(прототип 77342) Пачка сливочного масла стоит 60 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

7.2.2.(80027) Пачка сливочного масла стоит 81 рубль. Пенсионерам магазин делает скидку 10%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

7.2.3.(80083) Пачка сливочного масла стоит 78 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 15%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

7.3.1.(прототип 26643) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 12500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?

7.3.2.(25259) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 10000 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?

7.3.3.(25261) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 14500 рублей. Сколько рублей он получит после вычета налога на доходы?

7.4.1.(прототип 77365) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

7.4.2.(83827) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 3%. Книга стоит 400 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

7.4.3.(83835) Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 4%. Книга стоит 300 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Нахождение нового значения A_2
величины A

7.5.1.(прототип 77349) В сентябре 1 кг винограда стоил 60 рублей, в октябре виноград подорожал на 25%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг винограда после подорожания в ноябре?

7.5.2.(82075) В сентябре 1 кг клубники стоил 120 рублей, в октябре клубника подорожала на 20%, а в ноябре еще на 25%. Сколько рублей стоил 1 кг клубники после подорожания в ноябре?

7.5.3.(82085) В сентябре 1 кг огурцов стоил 50 рублей, в октябре огурцы подорожали на 20%, а в ноябре еще на 20%. Сколько рублей стоил 1 кг огурцов после подорожания в ноябре?

Нахождение первоначального значения
 A_0 величины A

7.6.1.(прототип 26644) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 9570 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

7.6.2.(24283) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержа-

ния налога на доходы Мария Константиновна получила 11745 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

7.6.3.(24287) Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 12180 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

7.7.1.(прототип 26629) Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

7.7.2.(2601) Цена на электрический чайник была повышена на 21% и составила 3025 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

7.7.3.(25035) Цена на электрический чайник была повышена на 17% и составила 1989 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Нахождение процентного «прироста» р величины А

7.8.1.(прототип 26630) Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

7.8.2.(2619) Футболка стоила 1200 рублей. После снижения цены она стала стоить 972 рубля. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

7.8.3.(24909) Футболка стоила 600 рублей. После повышения цены она стала стоить 660 рублей. На сколько процентов была повышена цена на футболку?

7.9.1.(прототип 77354) Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Пакет кефира стоит в магазине 40 рублей. Пенсионер заплатил за пакет кефира 38 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

7.9.2.(83711) Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 47 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

7.9.3.(83723) Магазин делает пенсионерам скидку на определенное количество процентов от цены покупки. Пачка майонеза стоит в магазине 25 рублей. Пенсионер заплатил за пачку майонеза 24 рубля. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

7.10.1.(прототип 77346) Мобильный телефон стоил 3500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2800 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

7.10.2.(81367) Мобильный телефон стоил 7500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 6150 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

7.10.3.(81499) Мобильный телефон стоил 10000 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 5300 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

Разные задачи

7.11.1.(прототип 26618) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

7.11.2.(2477) Флакон шампуня стоит 170 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

7.11.3.(24667) Флакон шампуня стоит 130 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

7.12.1.(прототип 26619) Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

7.12.2.(25445) Шариковая ручка стоит 50 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 25%?

7.12.3.(25451) Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 400 рублей после повышения цены на 30%?

7.13.1.(прототип 26620) Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 10%?

7.13.2.(2499) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 15%?

7.13.3.(25409) Тетрадь стоит 50 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 150 рублей после понижения цены на 25%?

7.14.1.(прототип 26621) Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

7.14.2.(2517) Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 130 рублей за штуку и продает с наценкой 25%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 700 рублей?

7.14.3.(24323) Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 100 рублей за штуку и продает с наценкой 15%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1300 рублей?

7.15.1.(прототип 26627) Оптовая цена учебника 170 рублей. Розничная цена на 20% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7000 рублей?

7.15.2.(77059) Оптовая цена учебника 140 рублей. Розничная цена на 25% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 2400 рублей?

7.15.3.(77065) Оптовая цена учебника 180 рублей. Розничная цена на 15% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 7650 рублей?

7.16.1.(прототип 26645) Розничная цена учебника 180 рублей, она на 20% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 10000 рублей?

7.16.2.(77105) Розничная цена учебника 138 рублей, она на 15% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 3150 рублей?

7.16.3.(77125) Розничная цена учебника 175 рублей, она на 25% выше оптовой цены. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по оптовой цене на 2400 рублей?

7.17.1.(прототип 77343) Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

7.17.2.(80485) Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 15% от стоимости всей покупки?

7.17.3.(80495) Тетрадь стоит 11 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 5% от стоимости всей покупки?

7.18.1.(прототип 77355) Студент получил свой первый гонорар в размере 700 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет тюльпанов для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество тюльпанов сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, тюльпаны стоят 60 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

7.18.2.(83741) Студент получил свой первый гонорар в размере 1100 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет лилий для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество лилий сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, лилии стоят 120 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

7.18.3.(83775) Студент получил свой первый гонорар в размере 1000 рублей за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет астр для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество астр сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, астры стоят 80 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

7.19.1.(прототип 26633) Клиент взял в банке кредит 12000 руб. на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько он должен вносить в банк ежемесячно?

7.19.2.(6235) Клиент взял в банке кредит 3000 руб. на год под 12%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в

кредит, вместе с процентами. Сколько он должен вносить в банк ежемесячно?

7.19.3.(24543) Клиент взял в банке кредит 48000 рублей на год под 11% годовых. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

7.20.1.(прототип 77352) При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 5%. Терминал принимает суммы кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 300 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?

7.20.2.(83383) При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 7%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 600 рублей. Какую минимальную сумму положить в приемное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма, не меньшая 600 рублей?

7.20.3.(83635) При оплате услуг через платежный терминал взимается комиссия 9%. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Аня хочет положить на счет своего мобильного телефона не меньше 900 рублей. Какую минимальную сумму она должна положить в приемное устройство данного терминала?

8. Дополнительные задачи

В этом разделе представлены задачи из различных книг от создателей контрольно-измерительных материалов, не вошедшие в банк заданий. Кроме этого, добавлены задачи из различных источников для закрепления умений и навыков учащихся. Встречаются задачи повышенной сложности, которые могут быть предложены сильным ученикам.

8.1. Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

8.2. В школе №1 уроки начинаются в 8:30, каждый урок длится 45 минут, все перемены, кроме одной, длятся 10 минут, а перемена между вторым и третьим уроком – 20 минут. Сейчас на часах 13:00. Через сколько минут прозвонит ближайший звонок с урока?

8.3. Когда на русский язык переводили фантастический роман Жюль Верна «20000 лье под водой», перевели и единицы длины тоже. Получился роман «80000 километров под водой». При этом переводчик, вероятно, перепутал морское лье и почтовое лье. На сколько километров ошибся переводчик, если 1 морское лье равняется 5,557 км?

8.4. Бегун пробежал 800 м за 2 минуты 40 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

8.5. Чайные клиперы – самые быстрые парусные корабли. Некоторые из них могли развивать скорость до 20 узлов. Переведите в километры в час скорость клипера, который делает 15 узлов. 1 узел равняется 1 морской миле в час. 1 морская миля равняется 1852 метрам. Результат округлите до целого числа километров в час.

8.6. Большой корабль не может подойти к берегу, поэтому пассажиров отвозят с корабля на шлюпке, вмещающей 8 пассажиров. Сколько раз шлюпка приставала к берегу, если на берег отвезли 30 пассажиров.

8.7. Для ремонта квартиры купили 42 рулона обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?

8.8. В спортивном лагере по настольному теннису каждый день ломается или теряется 8 теннисных шариков. Лагерная смена длится 18 дней. Шарик продают упаковками по 10 штук. Какое наименьшее количество упаковок шариков нужно купить на одну лагерную смену?

8.9. Найдите 30% от 70 килограммов. Ответ дайте в килограммах.

8.10. Найдите 12% от 2400 рублей. Ответ дайте в рублях

8.11. В классе 30 учеников, среди них 18 мальчиков. Сколько процентов от числа учеников составляют мальчики?

8.12. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 9 человек, кроме всего прочего, следует взять 0,3 фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 12 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

8.13. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 6 человек, кроме всего прочего, следует взять 0,4 фунта чернослива, $\frac{1}{4}$ фунта

миндаля и $\frac{1}{3}$ фунта сливочного масла.

Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 9 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

8.14. Школа закупает книги по цене 70 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 500 рублей магазин дает скидку 10%. Сколько рублей будет стоить покупка 23 книг?

8.15. Школа закупает книги по цене 50 рублей за штуку. При покупке на сумму больше 10 штук магазин дает скидку 10%. Сколько книг можно купить на 1000 рублей?

8.16. Билет на автобус стоит 110 рублей. Ожидается повышение цены на 10%. Какое наибольшее число билетов можно будет купить на 1000 рублей?

8.17. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 грамм сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход?

8.18. В туристический поход отправляется группа из 18 человек. В походе на одного человека приходится 60 грамм гречки на прием пищи. Планируется 7 раз готовить гречку. Сколько килограммовых

пачек необходимо купить, чтобы гречки хватило?

8.19. В кафе действует следующее правило: на ту часть заказа, которая превышает 1000 рублей, действует скидка 25%. После игры в футбол студенческая компания из 20 человек сделала в кафе заказ на 3400 рублей. Все платят поровну. Сколько рублей заплатит каждый?

8.20. В двух автомобилях перевозилось одинаковое количество помидоров. При этом в первом автомобиле при транспортировке испортилось 20% перевозимых помидоров, что составило 96 штук. Во втором автомобиле испортилось 15% помидоров. Сколько помидоров испортилось во втором автомобиле?

8.21. Хозяин овощной лавки купил на оптовом рынке 100 кг помидоров и заплатил 4000 рублей. После продажи помидоров оказалось, что за время хранения в лавке 10% помидоров испортилось, и хозяин не смог их продать. Остальные помидоры он продал по цене 50 рублей за килограмм. Какую прибыль он получил?

8.22. Сливки составляют 0,1 массы молока, а сливочное масло составляет 0,3 массы сливок. Сколько килограммов сливочного масла можно получить из суточного надоя коровы, равного 15 кг молока?

8.23. Минимальная температура для прорастания семян огурца 15° , у кукурузы $\frac{2}{3}$, а у свеклы $\frac{3}{5}$ температуры прорастания семян огурца. Определите минимальную температуру прорастания семян кукурузы и свеклы.

8.24. Ласточка живет до 9 лет, что составляет: а) 0,3 лет жизни жаворонка; б) 0,2 лет жизни чайки; в) 0,25 лет жизни голубя. Определите продолжительность жизни этих птиц.

8.25. Какую часть часа составляют: а) 15 мин; б) 20 мин; в) 30 мин; г) 40 мин; д) 1 ч 48 мин?

8.26. Длина окружности заднего колеса повозки 3 м. На некотором расстоянии оно обернулось 40 раз. Сколько раз на этом расстоянии

обернулось переднее колесо, если длина его окружности равна 2,5 м.

8.27. Из некоторого количества пряжи выходит 90 м ткани шириной 60 см. Сколько метров ткани выйдет из этого же количества пряжи, если ширина ткани будет 72 см?

8.28. Три курицы за три дня снесли три яйца. Сколько яиц снесут 12 кур за 12 дней?

8.29. 100 синиц за 100 дней съедают 100 кг зерна. Сколько килограммов зерна съедят 10 синиц за 10 дней?

8.30. 2 землекопа за 2 часа выкопают 2 м канавы. Сколько землекопов за 10 часов выкопают 5 м канавы?

8.31. На одном заводе число работающих женщин составляет $\frac{1}{3}$ числа работающих мужчин. Какую часть от общего числа работающих на заводе составляют женщины?

8.32. Проехав половину всего пути, пассажир заснул. Когда он проснулся, то оказалось, что ему осталось ехать половину пути, который он проехал спящим. Какую часть всего пути он проехал спящим?

8.33. Автомобиль прошел в первый день $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй – $\frac{5}{6}$ того, что прошел в первый, а в третий день – остальные 200 км. Сколько бензина было израсходовано, если на 10 км пути автомобиль расходует 1,5 л бензина.

8.34. Частник продал картофель трем покупателям: первому – $\frac{1}{4}$ часть его и еще 10 кг, второму – $\frac{5}{11}$ остатка и еще 10

кг, а третьему – последние 50 кг. Сколько картофеля продал частник?

8.35. Ученики должны были посадить 680 деревьев. Они перевыполнили план на 15%. Сколько деревьев было посажено?

8.36. В результате увеличения производительности труда на 15% завод стал выпускать 920 изделий в месяц.

Сколько изделий в месяц выпускал завод ранее?

8.37. Рабочий четвертого разряда зарабатывает на 25% больше, чем рабочий третьего разряда. На сколько процентов меньше, чем рабочий четвертого разряда, зарабатывает рабочий третьего разряда?

8.38. Цена книги снизилась на столько процентов, на сколько она снизилась рублей. Какова была цена книги?

8.39. Партия изделий содержит 2% брака. Среди небракованных изделий 30% – I сорта, остальные 343 изделия второго сорта. Сколько всего изделий в партии?

8.40. Береза живет 250 лет, сосна – в $2\frac{2}{5}$ раза дольше, липа – в $1\frac{2}{5}$ раза дольше, чем сосна, а ель – в $1\frac{1}{5}$ раза дольше липы. Сколько лет живет сосна, липа и ель?

8.41. Дети одной школы собрали 80 т металлолома, а другой – $\frac{5}{8}$ этого количества. Из всего собранного лома на заводе изготовили рельсы. Сколько получилось метров рельсов, если из каждых 10 т металлолома выходит 70 метров рельсов?

8.42. Из 42 кг сахарной свеклы получается 6 кг сахара. Сколько надо взять свеклы, чтобы получить 16 кг сахара?

8.43. В корзине 10 разноцветных шаров: голубых, розовых и белых, их соотношение соответственно 10:25:15. Найдите количество белых шаров.

8.44. Известно, что доля блондинов среди голубоглазых больше, чем доля блондинов среди всех людей. Что больше – доля голубоглазых среди блондинов или доля голубоглазых среди всех людей?

8.45. Для экипировки команды спортсменов необходимо приобрести 12 костюмов 48-го размера и 5 костюмов 52-го размера при оптовой цене 15100 рублей за костюм, но при общей сумме свыше 250000 рублей предоставляется

скидка 20% на каждый костюм 52-го размера. Сколько рублей составит экономия в результате получения скидки?

8.46. По статистике на 1000 машин 20 машин имеют брак. Найдите, какой процент из общего количества машин составляют бракованные?

8.47. В подарок девушке юноша купил розы разного цвета: красные, белые, желтые в количестве 15 штук. Найдите количество желтых роз, если красные составляют 20% от общего количества, а белые – 25% от оставшихся.

8.48. Тариф покупки электроэнергии – 1 руб. 14 коп за 1 кВт/ч, услуги по передаче – 1 руб. 82 коп. за 1 кВт/ч и иные услуги 12 коп. за 1 кВт/ч, расход в месяц составил 294 кВт/ч. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за этот месяц?

8.49. Спортивный центр предлагает посетителю либо приобрести абонемент на 14 занятий в месяц ценой 4900 рублей, либо оплачивать по 410 рублей за каждое занятие, причем если занятий больше 10, то центр делает скидку 10% на каждое занятие (в том числе, возвращается часть денег за уже оплаченные). Найдите, какой формой оплаты выгоднее пользоваться посетителю, собирающемуся посетить 14 занятий. В ответе укажите сумму которую он сэкономит по сравнению с другим способом оплаты.

8.50. Для развития бизнеса клиент взял в банке кредит под 15% годовых сроком на год. Какова сумма кредита, если ежемесячно он вносит одинаковую сумму – 5625 рублей? Ответ округлите до целых.

8.51. На одну порцию рисовой каши требуется 40 грамм риса и 0,12 литра молока. Какое наибольшее количество порций каши может приготовить столовая, если в ее распоряжении есть 900 грамм риса и 3 литра молока?

Решения задач-прототипов

1. Вычисления без округления

1.1.1. Решение. Поезд находился в пути часов $24ч - 15ч20мин + 4ч20мин = 13ч$.

Ответ: 13.

1.2.1. Решение. Найдем, что 41 поездка стоила бы $20 \cdot 41 = 820$ рублей. Значит, Аня сэкономила $820 - 580 = 240$ рублей.

Ответ: 240.

1.3.1. Решение. Выпускники должны купить $7 + 7 + 3 \cdot 13 = 53$ роз, затратив $53 \cdot 35 = 1855$ рублей.

Ответ: 1855.

1.4.1. Решение. Так как израсходовано $12802 - 12625 = 177$ киловатт-часов, то необходимо заплатить $1,8 \cdot 177 = 318,6$ рублей.

Ответ: 318,6.

1.5.1. Решение. Так как израсходовано $114 - 103 = 11$ куб. м воды, то необходимо заплатить $11 \cdot 19,2 = 211,2$ рубля.

Ответ: 211,2.

1.6.1. Решение. Так как Маша израсходовала на SMS-сообщения своим друзьям $1,3 \cdot 16 = 20,8$ рублей, то у нее осталось $30 - 20,8 = 9,2$ рублей.

Ответ: 9,2.

1.7.1. Решение. Маша на разговоры по телефону с Леной затратила $53 - 8 = 45$ рублей, а продолжительность разговора составила $\frac{45}{2,5} = 18$ минут.

Ответ: 18.

1.8.1. Решение. Клиент заплатил за бензин $28,5 \cdot 28 = 798$ рублей и получил сдачу $1000 - 798 = 202$ рублей.

Ответ: 202.

1.9.1. Решение. Так как клиент заплатил за бензин $1000 - 1,6 = 998,4$ рублей, то в бак залили $998,4 : 31,2 = 32$ литра бензина.

Ответ: 32.

1.10.1. Решение. Мама заплатила за клубнику $80 \cdot 1,2 = 96$ рублей и получила сдачу $500 - 96 = 404$ рубля.

Ответ: 404.

1.11.1. Решение. Таксист израсходовал $\frac{6000}{100} \cdot 9 = 540$ литров бензина и потратил

$20 \cdot 540 = 10800$ рублей.

Ответ: 10800.

1.12.1. Решение. Бегун за 1 секунду пробегает $\frac{50}{5} = 10$ метров, за 3600 секунд,

то есть за 1 час, пробегает $10 \cdot 3600 = 36000$ метров, что составляет 36 километров.

Ответ: 36.

1.13.1. Решение. Скорость автомобиля составляет $\frac{36}{1,6} = 22,5$ мили в час.

Ответ: 22,5.

1.14.1. Решение. Высота полета равна $37000 \cdot 30,5 = 1128500$ см или 11285 м.

Ответ: 11285.

1.15.1. Решение. Средняя оценка равна $(5,3 \cdot 3 + 5,4 \cdot 2 + 4,8 + 5,0 + 5,2 + 5,1) : 9 = 5,2$.

Ответ: 5,2.

2. Округление десятичной дроби к ближайшему целому числу

2.1.1. Решение. Скорость автомобиля составляет $1609 \cdot 65 = 104585$ метров в час или 104,585 км/ч, что составляет приблизительно 105 км/ч.

Ответ: 105.

2.2.1. Решение. Отдыхающие заплатили за помидоры $3 \cdot 4 = 12$ гривен или $12 \cdot 3,7 = 44,4$ рублей, что составляет приблизительно 44 рубля.

Ответ: 44.

2.3.1. Решение. Диагональ экрана равна $64 \cdot 2,54 = 162,56$ см, что составляет приблизительно 163 см.

Ответ: 163.

2.4.1. Решение. Рост Джона равен $6 \cdot 30,5 + 1 \cdot 2,54 = 185,54$ см, что составляет приблизительно 186 см.

Ответ: 186.

3. Округление десятичной дроби к целому числу с недостатком

3.1.1. Решение. $\frac{60}{7,2} = \frac{600}{72} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$.

Ответ: 8.

3.2.1. Решение. $\frac{200}{35} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}$. Всего можно купить 5 шоколадок и получить 2 ($5 = 2 \cdot 2 + 1$) шоколадки в подарок.

Ответ: 7.

3.3.1. Решение. $\frac{500}{30} = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$. Наи-

большее нечетное число цветов равно 15.

Ответ: 15.

3.4.1. Решение. Всего привезли $360 \cdot 3 = 1080$ книг. В одном шкафу помещается $25 \cdot 9 = 225$ книг. Разделим $\frac{1080}{225} = \frac{24}{5} = 4,8$. Полностью можно заполнить четыре шкафа.

Ответ: 4.

4. Округление десятичной дроби к целому числу с избытком

4.1.1. Решение. На теплоходе всего $750 + 25 = 775$ человек. Так как $\frac{775}{70} = \frac{155}{14} = 11\frac{1}{14}$, то потребуется 12 шлюпок.

Ответ: 12.

4.2.1. Решение. За 4 недели расходуется $1200 \cdot 4 = 4800$ листов. Так как $\frac{4800}{500} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$, то потребуется 10 пачек.

Ответ: 10.

4.3.1. Решение. Больному на весь курс лечения потребуется $0,5 \cdot 3 \cdot 24 = 36$ г лекарства. В одной упаковке содержится $0,5 \cdot 10 = 5$ г лекарства. Так как $\frac{36}{5} = \frac{63}{10} = 6,3$, то потребуется 7 упаковок.

Ответ: 7.

4.4.1. Решение. Для приготовления 6 литров маринада потребуется $12 \cdot 6 = 72$ г лимонной кислоты. Так как $\frac{72}{10} = 7,2$, то

необходимо купить 8 пакетиков лимонной кислоты.

Ответ: 8.

4.5.1. Решение. Всего в лагере $218 + 26 = 244$ человека. Так как $\frac{244}{45} = 5\frac{19}{45}$, то потребуется 6 автобусов.

Ответ: 6.

4.6.1. Решение. Всего потребуется $40 \cdot 166 \cdot 5 = 33200$ г сахара. В одной пачке содержится 1000 г сахара. Так как $\frac{33200}{1000} = 33,2$, то потребуется 34 пачки сахара.

Ответ: 34.

4.7.1. Решение. Всего потребуется $1,5 \cdot 27 = 40,5$ кг сахара. Значит, нужно купить 41 упаковку сахара.

Ответ: 41.

4.8.1. Так как $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$, то в поход нужно взять 7 палаток.

Ответ: 7.

4.9.1. Так как $\frac{83}{4} = 20\frac{3}{4}$, то потребуется 21 комната.

Ответ: 21.

4.10.1. Решение. Всего потребуется $70 \cdot 6 = 420$ пакетиков чая. Так как $420 : 50 = 8,4$, то необходимо купить 9 пачек чая.

Ответ: 9.

4.11.1. Решение. В одном подъезде находится $9 \cdot 4 = 36$ квартир. Так как $\frac{130}{36} = \frac{65}{18} = 3\frac{11}{18}$, то Маша живет в 4 подъезде.

Ответ: 4.

4.12.1. Так как $\frac{50}{6} = 8\frac{1}{3}$, то Петя живет на 9 этаже.

Ответ: 9.

5. Задачи на части

5.1.1. Решение. Ткань, израсходованная на брюки, составляет $\frac{2,8}{7+5+2} \cdot 5 = 1$ (м²).

Ответ: 1 м².

6. Дроби и проценты

Нахождение дроби от данного числа

6.1.1. Решение. Так как 0,4 кг = 400 г, то на 10 человек следует взять $\frac{1}{10} \cdot 400 = 40$ г фунта чернослива. Обозначим через x искомую величину. Число человек пропорционально количеству чернослива, поэтому составим пропорцию $\frac{10}{3} = \frac{40}{x}$, и найдем $x = \frac{3 \cdot 40}{10}$ или $x = 12$.

Ответ: 12.

Нахождение числа по его дроби

6.2.1. Решение. Длина всей сваи равна $1,5 : \frac{3}{16} = 1,5 \cdot \frac{16}{3} = 8$ (м).

Ответ: 8 м.

Нахождение отношения двух чисел

6.3.1. Решение. Искомая величина равна $\frac{300}{800} = \frac{3}{8}$.

Ответ: $\frac{3}{8}$.

Нахождение процента от данного числа

6.4.1. Решение. Первый способ. Задачу решили $\frac{94}{100} \cdot 27500 = 94 \cdot 275 = 25850$ человек.

Второй способ. Примем 27500 выпускников за 100%. Тогда x выпускников, решивших задачу В1, составляют 94%.

Составим пропорцию $\frac{27500}{x} = \frac{100}{94}$, и найдем $x = \frac{27500 \cdot 94}{100}$ или $x = 25850$.

Ответ: 25850.

Нахождение числа по его проценту

6.5.1. Решение. Первый способ. Пусть в олимпиаде участвовали x человек. Тогда согласно условию задачи составим уравнение

$\frac{12}{100} \cdot x = 48$, откуда найдем $x = \frac{4800}{12}$ или $x = 400$.

Второй способ. Примем x учеников, принявших участие в олимпиаде, за 100%. Тогда 48 призеров олимпиады составляют 12%. Составим пропорцию $\frac{x}{48} = \frac{100}{12}$, и найдем $x = \frac{48 \cdot 100}{12}$ или $x = 400$.

Ответ: 400.

6.6.1. Решение. Первый способ. Пусть в школе учатся x учеников. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $\frac{1}{4} \cdot x = 124$, откуда найдем $x = 124 \cdot 4$ или $x = 496$.

Второй способ. Примем x учащихся данной школы за 100%. Тогда 124 ученика, изучающих французский язык, составляют 25%. Составим пропорцию $\frac{x}{124} = \frac{100}{25}$, и найдем $x = \frac{124 \cdot 100}{25}$ или $x = 496$.

Ответ: 496.

6.7.1. Решение. Первый способ. Пусть в школе x выпускников. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $0,3 \cdot x = 27$, откуда найдем $x = \frac{27}{0,3}$ или $x = 90$.

Второй способ. Примем x выпускников данной школы за 100%. Тогда 27 выпускников, собирающиеся учиться в технических вузах, составляют 30%. Составим

пропорцию $\frac{x}{27} = \frac{100}{30}$, и найдем

$$x = \frac{27 \cdot 100}{30} \text{ или } x = 90.$$

Ответ: 90.

Нахождение процентного отношения
двух чисел

6.8.1. Решение. Искомая величина равна

$$\frac{13}{20} \cdot 100 = 65(\%).$$

Ответ: 65.

Разные задачи

6.9.1. Решение. Так как стоимость билета

$$\text{для школьника составляет } 720 \cdot \frac{1}{2} = 360$$

рублей, то билеты на всю группу стоят $720 \cdot 2 + 360 \cdot 15 = 6840$ рублей.

Ответ: 6840.

6.10.1. Решение. 1) $0,3 \cdot 800 = 240$ - учащихся начальной школы.

2) $800 - 240 = 560$ - учащихся средней и старшей школы.

3) $\frac{1}{5} \cdot 560 = 112$ - учащихся, изучающих

немецкий язык.

Ответ: 112.

6.11.1. Решение. 1) $\frac{15}{100} \cdot 200000 = 30000$ -

детей и подростков.

2) $200000 - 30000 = 170000$ - взрослых.

3) $100 - 45 = 55(\%)$ - составляют работающие среди взрослых.

4) $0,55 \cdot 170000 = 93500$ - работающих взрослых.

Ответ: 93500.

6.12.1. Решение. 1) Футболом интересуются $100 - 60 = 40(\%)$ жителей.

2) $0,4 \cdot 40000 = 16000$ жителей интересуются футболом.

3) $0,8 \cdot 16000 = 12800$ жителей города смотрели матч по телевизору.

Ответ: 12800.

6.13.1. Решение. Ребенку весом 5 кг в течение суток требуется $5 \cdot 1,4 = 7$ мг активного вещества. Одна таблетка содер-

01.09.2013. www.alexlarin.net

жит $0,05 \cdot 20 = 1$ мг активного вещества.

Значит, ребенку нужно дать $7:1 = 7$ таблеток в течение суток.

Ответ: 7.

7. Процентное изменение величины

Нахождение нового значения A_1
величины A

7.1.1. Решение. Первый способ. 1) 1 кг слив подорожал в октябре на $0,25 \cdot 60 = 15$ рублей.

2) Цена 1 кг слив в октябре составила $60 + 15 = 75$ рубля.

Краткая запись решения:
 $60(1 + 0,25) = 60 \cdot 1,25 = 75$.

Второй способ. Примем цену слив в сентябре в 60 рублей за 100%. Тогда цена слив в октябре в x рублей составляет $100 + 25 = 125(\%)$. Составим пропорцию

$$\frac{60}{x} = \frac{100}{125}, \text{ и найдем } x = \frac{60 \cdot 125}{100} \text{ или}$$

$$x = 75.$$

Ответ: 75.

7.2.1. Решение. Первый способ. 1) Скидка на пачку масла составляет $0,05 \cdot 60 = 3$ рублей.

2) Пенсионер заплатит за пачку масла $60 - 3 = 57$ рублей.

Краткая запись решения:
 $60(1 - 0,05) = 60 \cdot 0,95 = 57$.

Второй способ. Примем цену пачки масла в 60 рублей за 100%. Тогда пенсионер после скидки заплатит за пачку масла x рублей, которые составляют $100 - 5 = 95(\%)$. Составим пропорцию

$$\frac{60}{x} = \frac{100}{95}, \text{ и найдем } x = \frac{60 \cdot 95}{100} \text{ или}$$

$$x = 57.$$

Ответ: 57.

7.3.1. Решение. Первый способ. 1) Налог на доходы составляет $0,13 \cdot 12500 = 1625$ рублей.

2) Иван Кузьмич на руки получит $12500 - 1625 = 10875$ рублей.

Краткая запись решения:
 $12500(1 - 0,13) = 12500 \cdot 0,87 = 10875$.

Второй способ. Примем заработную плату в 12500 рублей за 100%. Тогда Иван Кузьмич после вычета налога получит на руки x рублей, которые составляют $100 - 13 = 87(\%)$. Составим пропорцию $\frac{12500}{x} = \frac{100}{87}$, и найдем $x = \frac{12500 \cdot 87}{100}$ или $x = 10875$.

Ответ: 10875.

7.4.1. Решение. Первый способ. 1) Скидка на покупку составляет $0,05 \cdot 200 = 10$ рублей.

2) За книгу заплатят $200 - 10 = 190$ рублей.

Краткая запись решения:
 $200(1 - 0,05) = 200 \cdot 0,95 = 190$.

Второй способ. Примем стоимость книги в 200 рублей за 100%. Тогда держатель дисконтной карты после скидки заплатит за книгу x рублей, которые составляют $100 - 5 = 95(\%)$. Составим пропорцию $\frac{200}{x} = \frac{100}{95}$, и найдем $x = \frac{200 \cdot 95}{100}$ или $x = 190$.

Ответ: 190.

Нахождение нового значения A_2 величины A

7.5.1. Решение. Первый способ. 1) В октябре 1 кг винограда стоил $60 + \frac{1}{4} \cdot 60 = 75$ рублей.

2) В ноябре 1 кг винограда стоил $75 + 0,2 \cdot 75 = 90$ рублей.

Краткая запись решения:
 $60(1 + 0,25)(1 + 0,2) = 60 \cdot 1,5 = 90$.

Второй способ. 1) Примем стоимость 1 кг винограда в сентябре в 60 рублей за 100%. Тогда в октябре стоимость 1 кг винограда в x рублей составит $100 + 25 = 125(\%)$. Составим пропорцию $\frac{60}{x} = \frac{100}{125}$, и найдем $x = \frac{60 \cdot 125}{100}$ или $x = 75$.

2) Примем стоимость 1 кг винограда в октябре в 75 рублей за 100%. Тогда в ноябре стоимость 1 кг винограда в y руб-

лей составит $100 + 20 = 120(\%)$. Составим пропорцию $\frac{75}{y} = \frac{100}{120}$, и найдем

$$y = \frac{75 \cdot 120}{100} \text{ или } y = 90.$$

Ответ: 90.

Нахождение первоначального значения A_0 величины A

7.6.1. Решение. Первый способ. Пусть заработная плата составляет x рублей. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $x - 0,13 \cdot x = 9570$ или сразу по формуле $x(1 - 0,13) = 9570$, откуда найдем $x = \frac{9570}{0,87}$ или $x = 11000$.

Второй способ. Примем заработную плату в x рублей за 100%. Тогда Мария Константиновна после удержания налога получает на руки 9570 рублей, которые составляют $100 - 13 = 87(\%)$. Составим пропорцию $\frac{x}{9570} = \frac{100}{87}$, и найдем

$$x = \frac{9570 \cdot 100}{87} \text{ или } x = 11000.$$

Ответ: 11000.

7.7.1. Решение. Первый способ. Пусть чайник до повышения цены стоил x рублей. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $x + 0,16 \cdot x = 3480$ или сразу по формуле $x(1 + 0,16) = 3480$, откуда найдем $x = \frac{3480}{1,16}$ или $x = 3000$.

Второй способ. Примем стоимость чайника в x рублей за 100%. Тогда после повышения цены стоимость чайника в 3480 рублей составит $100 + 16 = 116(\%)$.

Составим пропорцию $\frac{x}{3480} = \frac{100}{116}$, и найдем $x = \frac{3480 \cdot 100}{116}$ или $x = 3000$.

Ответ: 3000.

Нахождение процентного «прироста» р величины А

7.8.1. Решение. Первый способ. Пусть a – часть, на которую была снижена цена футболки. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $800 - 800 \cdot a = 680$ или сразу по формуле $800(1 - a) = 680$.

Решаем уравнение $1 - a = \frac{680}{800}$,

$1 - a = 0,85$, $a = 0,15$. Следовательно, цена футболки была снижена на 15%.

Второй способ. Примем стоимость футболки в 800 рублей за 100%. Тогда после снижения цены стоимость футболки в 680 рублей составит $x\%$. Составим пропорцию

$\frac{800}{680} = \frac{100}{x}$, и найдем

$x = \frac{680 \cdot 100}{800}$ или $x = 85$. Значит, цена

футболки снижена на $100 - 85 = 15(\%)$.

Ответ: 15.

7.9.1. Решение. Первый способ. Пусть a – часть, на которую была снижена цена пакета кефира. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $40 - 40 \cdot a = 38$ или сразу по формуле $40(1 - a) = 38$. Решаем уравнение

$1 - a = \frac{38}{40}$, $1 - a = 0,95$,

$a = 0,05$. Следовательно, скидка на покупку составляет 5%.

Второй способ. Примем стоимость пакета кефира в 40 рублей за 100%. Тогда после снижения цены стоимость пакета кефира в 38 рублей составит $x\%$. Составим пропорцию

$\frac{40}{38} = \frac{100}{x}$, и найдем

$x = \frac{38 \cdot 100}{40}$ или $x = 95$. Значит, скидка на пакет кефира составляет $100 - 95 = 5(\%)$.

Ответ: 5.

7.10.1. Решение. Первый способ. Пусть a – часть, на которую была снижена цена мобильного телефона. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $3500 - 3500 \cdot a = 2800$ или сразу по формуле $3500(1 - a) = 2800$. Решаем уравне-

ние $1 - a = \frac{2800}{3500}$, $1 - a = 0,8$, $a = 0,2$.

Следовательно, цена телефон была снижена на 20%.

Второй способ. Примем стоимость телефона в 3500 рублей за 100%. Тогда после снижения цены стоимость телефона в 2800 рублей составит $x\%$. Составим пропорцию

$\frac{3500}{2800} = \frac{100}{x}$, и найдем

$x = \frac{2800 \cdot 100}{3500}$ или $x = 80$. Значит, цена

телефона снижена на $100 - 80 = 20(\%)$.

Ответ: 20.

Разные задачи

7.11.1. Решение. 1) Во время распродажи флакон шампуня стоит $160(1 - 0,25) = 160 \cdot 0,75 = 120$ рублей.

2) Так как $\frac{1000}{120} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$, то можно купить не более 8 флаконов шампуня.

Ответ: 8.

7.12.1. Решение. 1) Шариковая ручка после повышения цены стоит $40(1 + 0,1) = 40 \cdot 1,1 = 44$ рублей.

2) Так как $\frac{900}{44} = \frac{225}{11} = 20\frac{5}{11}$, то можно купить не более 20 ручек.

Ответ: 20.

7.13.1. Решение. 1) Тетрадь после понижения цены стоит $40(1 - 0,1) = 40 \cdot 0,9 = 36$ рублей.

2) Так как $\frac{750}{36} = \frac{125}{6} = 20\frac{5}{6}$, то можно купить не более 20 тетрадей.

Ответ: 20.

7.14.1. Решение. 1) Цветочный горшок с наценкой стоит $120(1 + 0,2) = 120 \cdot 1,2 = 144$ рублей.

2) Так как $\frac{1000}{144} = \frac{125}{18} = 6\frac{17}{18}$, то можно купить не более 6 цветочных горшков.

Ответ: 6.

7.15.1. Решение. 1) Розничная цена на учебник составляет $170(1 + 0,2) = 170 \cdot 1,2 = 204$ рубля.

2) Так как $\frac{7000}{204} = \frac{1750}{51} = 34\frac{16}{51}$, то можно купить не более 34 учебников.

Ответ: 34.

7.16.1. Решение. 1) Пусть оптовая цена учебника составляет x рублей. Тогда согласно условию задачи составим уравнение $x(1+0,2)=180$, откуда найдем $x = \frac{180}{1,2}$ или $x = 150$.

2) Так как $\frac{10000}{150} = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}$, то можно купить не более 66 учебников.

Ответ: 66.

7.17.1. Решение. 1) 60 тетрадей стоят $60 \cdot 24 = 1440$ рублей.

2) Покупатель заплатит за всю покупку со скидкой $1440(1-0,1) = 1440 \cdot 0,9 = 1296$ рублей.

Ответ: 1296.

7.18.1. Решение. 1) Студент получит на руки с учетом удержания налога $700(1-0,13) = 700 \cdot 0,87 = 609$ рублей.

2) Так как $\frac{609}{60} = 10\frac{3}{20}$, то можно купить не более 9 тюльпанов.

Ответ: 9.

7.19.1. Решение. 1) Клиент через год будет должен банку $12000(1+0,16) = 12000 \cdot 1,16 = 13920$ рублей.

2) Ежемесячно клиент должен вносить в банк по $\frac{13920}{12} = 1160$ рублей.

Ответ: 1160.

7.20.1. Решение. 1) Пусть x рублей – минимальная сумма, удовлетворяющая условию задачи. Тогда согласно условию задачи составим неравенство $x(1-0,05) \geq 300$, откуда найдем $x \geq \frac{300}{0,95}$

или $x \geq 315\frac{15}{19}$.

2) Так как терминал принимает суммы, кратные 10 рублям, то минимальная сумма составляет 320 рублей.

Ответ: 320.

Ответы

1. Вычисления без округления

1.1.1. 13. 1.1.2. 8. 1.1.3. 35.

1.2.1. 240. 1.2.2. 105. 1.2.3. 213.

1.3.1. 1855. 1.3.2. 2010. 1.3.3. 2825.

1.4.1. 318,6. 1.4.2. 171,6. 1.4.3. 462,5.

1.5.1. 211,2. 1.5.2. 104,4. 1.5.3. 845.

1.6.1. 9,2. 1.6.2. 23,3. 1.6.3. 13,6.

1.7.1. 18. 1.7.2. 16. 1.7.3. 18.

1.8.1. 202. 1.8.2. 156,8. 1.8.3. 330,1.

1.9.1. 32. 1.9.2. 27. 1.9.3. 21.

1.10.1. 404. 1.10.2. 744. 1.10.3. 49.

1.11.1. 10800. 1.11.2. 15750. 1.11.3. 9750.

1.12.1. 36. 1.12.2. 36. 1.12.3. 32.

1.13.1. 22,5. 1.13.2. 45. 1.13.3. 55.

1.14.1. 11285. 1.14.2. 5490. 1.14.3. 5508,3.

1.15.1. 5,2. 1.15.2. 72,9. 1.15.3. 127,15.

2. Округление десятичной дроби к ближайшему целому числу

2.1.1. 105. 2.1.2. 53. 2.1.3. 66.

2.2.1. 44. 2.2.2. 137. 2.2.3. 131.

2.3.1. 163. 2.3.2. 277. 2.3.3. 368.

2.4.1. 186. 2.4.2. 158. 2.4.3. 135.

3. Округление десятичной дроби к целому числу с недостатком

3.1.1. 8. 3.1.2. 12. 3.1.3. 9.

3.2.1. 7. 3.2.2. 24. 3.2.3. 12.

3.3.1. 15. 3.3.2. 3. 3.3.3. 3.

3.4.1. 4. 3.4.2. 1. 3.4.3. 10.

4. Округление десятичной дроби к целому числу с избытком

4.1.1. 12. 4.1.2. 15. 4.1.3. 13.

4.2.1. 10. 4.2.2. 23. 4.2.3. 11.

4.3.1. 7. 4.3.2. 7. 4.3.3. 8.

4.4.1. 8. 4.4.2. 11. 4.4.3. 21.

4.5.1. 6. 4.5.2. 7. 4.5.3. 6.

4.6.1. 34. 4.6.2. 29. 4.6.3. 79.

4.7.1. 41. 4.7.2. 16. 4.7.3. 9.

4.8.1. 7. 4.8.2. 5. 4.8.3. 4.

4.9.1. 21. 4.9.2. 33. 4.9.3. 18.

4.10.1. 9. 4.10.2. 15. 4.10.3. 17.

4.11.1. 4. 4.11.2. 2. 4.11.3. 2.

4.12.1. 9. 4.12.2. 5. 4.12.3. 11.

5. Задачи на части

5.1.1. 1 м². 5.1.2. 660 г. 5.1.3. 450; 120.

6. Дроби и проценты

Нахождение дроби от данного числа

6.1.1. 12. 6.1.2. 150. 6.1.3. 90.

Нахождение числа по его дроби

6.2.1. 8. 6.2.2. 240. 6.2.3. 112.

Нахождение отношения двух чисел

6.3.1. $\frac{3}{8}$. 6.3.2. 0,36. 6.3.3. в 3 раза.

Нахождение процента от данного числа

6.4.1. 25850. 6.4.2. 24115. 6.4.3. 17940.

Нахождение числа по его проценту

6.5.1. 400. 6.5.2. 300. 6.5.3. 250.

6.6.1. 496. 6.6.2. 400. 6.6.3. 750.

6.7.1. 90. 6.7.2. 120. 6.7.3. 125.

Нахождение процентного отношения двух чисел

6.8.1. 65. 6.8.2. 75. 6.8.3. 17,5.

Разные задачи

6.9.1. 6840. 6.9.2. 5300. 6.9.3. 9520.

6.10.1. 112. 6.10.2. 288. 6.10.3. 147.

6.11.1. 93500. 6.11.2. 297500.

6.11.3. 1100000.

6.12.1. 12800. 6.12.2. 36000. 6.12.3. 34000.

6.13.1. 7. 6.13.2. 1. 6.13.3. 2.

7. Процентное изменение величины

Нахождение нового значения A_1 величины A

7.1.1. 75. 7.1.2. 84. 7.1.3. 27.

7.2.1. 57. 7.2.2. 72,9. 7.2.3. 66,3.

7.3.1. 10875. 7.3.2. 8700. 7.3.3. 12615.

7.4.1. 190. 7.4.2. 388. 7.4.3. 288.

Нахождение нового значения A_2 величины A

7.5.1. 90. 7.5.2. 180. 7.5.3. 72.

Нахождение первоначального значения A_0 величины A

7.6.1. 11000. 7.6.2. 13500. 7.6.3. 14000.

7.7.1. 3000. 7.7.2. 2500. 7.7.3. 1700.

Нахождение процентного «прироста» p величины A

7.8.1. 15. 7.8.2. 19. 7.8.3. 10.

7.9.1. 5. 7.9.2. 6. 7.9.3. 4.

7.10.1. 20. 7.10.2. 18. 7.10.3. 47.

Разные задачи

7.11.1. 8. 7.11.2. 8. 7.11.3. 8.

7.12.1. 20. 7.12.2. 14. 7.12.3. 10.

7.13.1. 20. 7.13.2. 20. 7.13.3. 4.

7.14.1. 6. 7.14.2. 4. 7.14.3. 11.

7.15.1. 34. 7.15.2. 13. 7.15.3. 36.

7.16.1. 66. 7.16.2. 26. 7.16.3. 17.

7.17.1. 1296. 7.17.2. 1632. 7.17.3. 836.

7.18.1. 9. 7.18.2. 7. 7.18.3. 9.

7.19.1. 1160. 7.19.2. 280. 7.19.3. 4440.

7.20.1. 320. 7.20.2. 650. 7.20.3. 990.

8. Дополнительные задачи

8.1. 11 г. 8.2. 5 мин. 8.3. 31140 км. 8.4. 18 км/ч. 8.5. 28 км/ч. 8.6. 4 раза. 8.7. 6 пачек. 8.8. 15 упаковок. 8.9. 21 кг. 8.10. 288 рублей. 8.11. 60%. 8.12. 160 г. 8.13. 240 г. 8.14. 1449 рублей. 8.15. 22 книги. 8.16. 8 билетов. 8.17. 2 мешка. 8.18. 8 пачек. 8.19. по 140 рублей. 8.20. 72 помидора. 8.21. 500 рублей. 8.22. 0,45 кг. 8.23. 10° ; 9° . 8.24. а) 30 лет; б) 45 лет; в) 36 лет. 8.25. а) $\frac{1}{4}$ ч; б) $\frac{1}{3}$ ч; в) $\frac{1}{2}$ ч; г) $\frac{2}{3}$ ч; д) $\frac{9}{5}$ ч. 8.26. 48 раз. 8.27. 75 м. 8.28. 48 яиц. 8.29. 1 кг. 8.30. 1 землекоп. 8.31. $\frac{1}{4}$. 8.32. $\frac{1}{3}$. 8.33. 96 л. 8.34. 160 кг. 8.35. 782 дерева. 8.36. 800 изделий. 8.37. на 20%. 8.38. 100 рублей. 8.39. 500 изделий. 8.40. 600 лет, 840 лет, 1008 лет. 8.41. 910 м. 8.42. 112 кг. 8.43. 3 шара. 8.44. Доля голубоглазых среди блондинов больше, чем доля голубоглазых среди всех людей. 8.45. 15100 рублей. 8.46. 2%. 8.47. 9. 8.48. 905,52 рубля. 8.49. 266 рублей. 8.50. 58696 рублей. 8.51. 22 порции.

Список и источники литературы

1. Зубелевич Г. И. Сборник задач московских математических олимпиад (с решениями). Пособие для учителей 5-8 классов. Под редакцией К. П. Сикорского, изд. 2-е, переработ. М., «Просвещение», 1971. – 304 с.

2. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И.

Шварцбурд. 7-е изд. – М.: «Сайтком», 2001. – 358 с.

3. Математика. 6 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / [Н. Я. Виленкин и др.]. 20-е изд. – М.: Мнемозина, 2007. – 288 с.

4. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2013: учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-на Дону; Легион, 2012. – 416 с. – (Готовимся к ЕГЭ).

5. Совайленко В. К. Система обучения математике в 5-6 классах: Кн. Для учителя: Из опыта работы. – М.: Просвещение, 1991. – 480 с.

6. Шноль Д. Э. ЕГЭ 2013. Математика. Задача В1. Арифметические задачи. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2013. – 40 с.

7. www.mathege.ru – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

8. www.alexlarin.net – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

9. <http://eek.diary.ru/> – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

10. <http://reshuege.ru> – образовательный портал для подготовки к ЕГЭ «Решу ЕГЭ РФ».