

Математика ЕГЭ 2014
(система задач из открытого банка заданий)

Задания В7

Нахождение значений выражений

Материалы подготовили:

Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: akoryanov@mail.ru
Надежкина Н.В. (г. Иркутск); e-mail: nadezhkina@yahoo.com

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Арифметические действия	2
2. Действия со степенями	5
3. Действия с арифметическими корнями	11
4. Действия с логарифмами	16
5. Преобразование тригонометрических выражений	20
6. Дополнительные задачи	27
Решения заданий-прототипов	32
Ответы	47
Список и источники литературы	52

Элементы содержания, проверяемые заданиями В7 по кодификатору:

- 1.1. Числа, корни и степени.
- 1.2. Основы тригонометрии.
- 1.3. Логарифмы.
- 1.4. Преобразование выражений.

Проверяемые требования (умения) в заданиях В7 по кодификатору:

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Введение

Данное пособие является седьмым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению несложного задания В7 Единого государственного экзамена по математике.

Для успешного решения этого задания необходимо уметь производить сравнительно несложные арифметические действия, действия со степенями и арифметическими корнями, действия с логарифмами, а также тригонометрические преобразования. В 2012 (2011) году на ЕГЭ по математике аналогичное задание верно решили 56,3% (52,5%) выпускников. То есть **почти половина выпускников** с данным заданием не справились - процент верных решений этого задания **один из самых низких** среди всех 14 заданий части В.

Очевидно, что на подготовку учащихся к решению этого по сути несложного задания следует обратить особое внимание, ликвидировав по возможности все «пробелы» в пройденных темах. В качестве практического материала для этого, на наш взгляд, логично и эффективно использование стройной и презентативной системы заданий на основе «открытого банка заданий» [3]. Данное пособие предлагает, на наш взгляд, именно такую систему заданий.

Структура пособия такова, что все задания, наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собствен-

ную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы заданий систематизированы по содержанию и разделены на пять разделов. Каждый тип заданий представлен тремя аналогичными заданиями (первое из этих трех заданий и есть прототип данного типа заданий), что позволяет учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю – использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых трех вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число в тройной нумерации каждого задания означает номер раздела, второе число – номер типа задания внутри этого раздела, третье число – номер задания внутри типа (или номер варианта). Для первых заданий каждого типа (прототипов) представлены решения, для всех заданий есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения заданий-прототипов представлены в конце пособия отдельно для того, чтобы в конкретном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения заданий-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем заданий для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. (прототип 77391) Найдите значение выражения $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9}$.

1.1.2. (86985) Найдите значение выражения $7\frac{9}{13} : \frac{5}{13}$.

1.1.3. (87481) Найдите значение выражения $5\frac{1}{7} : \frac{3}{7}$.

1.2.1. (прототип 77387) Найдите значение выражения $\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6}$.

1.2.2. (85479) Найдите значение выражения $\left(2\frac{3}{8} - 2,9\right) \cdot 2\frac{6}{7}$.

1.2.3. (85481) Найдите значение выражения $\left(3\frac{2}{5} - 2\right) \cdot 3\frac{3}{4}$.

1.3.1. (прототип 26900) Найдите значение выражения: $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8$.

1.3.2. (16125) Найдите значение выражения: $\left(3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 300$.

1.3.3. (16127) Найдите значение выражения: $\left(-2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{5}\right) \cdot 5,6$.

1.3.4. (16399) Найдите значение выражения: $\left(\frac{1}{9} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1,08$.

1.4.1. (прототип 77389) Найдите значение выражения $\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70}$.

1.4.2. (86479) Найдите значение выражения $\left(6\frac{2}{5} - 1,2\right) : \frac{2}{35}$.

1.4.3. (86481) Найдите значение выражения $\left(4\frac{3}{4} - 2,2\right) : \frac{3}{20}$.

1.5.1. (прототип 77392) Найдите значение выражения $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.

1.5.2. (87979) Найдите значение выражения $\frac{0,207 \cdot 2,08}{2,07 \cdot 0,208}$.

1.5.3. (87983) Найдите значение выражения $\frac{1,92 \cdot 0,244}{0,192 \cdot 2,44}$.

Выражения с переменными

1.6.1. (прототип 26812) Найдите значение выражения $(9axy - (-7xya)) : 4yax$.

1.6.2. (66547) Найдите значение выражения $(2axy - (-3xya)) : 5yax$.

1.6.3. (66653) Найдите значение выражения $(7axy - (-4xya)) : 11yax$.

1.7.1. (прототип 26807) Найдите

$$\frac{a + 9b + 16}{a + 3b + 8}, \text{ если } \frac{a}{b} = 3.$$

1.7.2. (66147) Найдите $\frac{a + 4b + 6}{a + b + 3}$, если $\frac{a}{b} = 2$.

1.7.3. (66153) Найдите $\frac{a + 11b + 51}{a + b + 17}$, если $\frac{a}{b} = 4$.

1.8.1. (прототип 26805) Найдите $\frac{a}{b}$, если $\frac{2a + 5b}{5a + 2b} = 1$.

1.8.2. (65925) Найдите $\frac{a}{b}$, если $\frac{5a + 9b}{5b + 9a} = -3$.

1.8.3. (66073) Найдите $\frac{a}{b}$, если $\frac{a + 2b}{b + 2a} = 3$.

1.9.1. (прототип 26806) Найдите

$$61a - 11b + 50, \text{ если } \frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

1.9.2. (66093) Найдите $33a - 12b + 3$, если $\frac{a - 8b + 1}{8a - b + 1} = -4$.

1.9.3. (66099) Найдите $93a - 39b - 51$, если $\frac{3a - 9b + 5}{9a - 3b + 5} = -10$.

1.10.1. (прототип 26819) Найдите значение выражения $2x + y + 6z$, если $4x + y = 5$, $12z + y = 7$.

1.10.2. (66985) Найдите значение выражения $3x + y + 6z$, если $6x + y = 9$, $12z + y = 3$.

1.10.3. (67011) Найдите значение выражения $4x + 2y + 9z$, если $4x + y = 9$, $9z + y = 9$.

1.11.1. (прототип 26818) Найдите значение выражения $3p(a) - 6a + 7$, если $p(a) = 2a - 3$.

1.11.2. (66937) Найдите значение выражения $4p(a) - 32a - 8$, если $p(a) = 8a - 6$.

1.11.3. (66971) Найдите значение выражения $11p(a) - 77a - 5$, если $p(a) = 7a + 5$.

1.12.0. Найдите значение выражения $p(x - 7) + p(13 - x)$, если $p(t) = 2t + 1$.

1.12.1. (прототип 26822) Найдите значение выражения $p(x - 7) + p(13 - x)$, если $p(x) = 2x + 1$.

1.12.2. (67133) Найдите $p(x-3) + p(6-x)$, если $p(x) = 2x - 5$.

1.12.3. (67179) Найдите $p(x-3) + p(4-x)$, если $p(x) = 5x - 2$.

1.13.0. Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(t) = 3t$.

1.13.1. (прототип 26820) Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(b) = 3b$.

1.13.2. (67035) Найдите значение выражения $q(b-4) - q(b+4)$, если $q(b) = -9b$.

1.13.3. (67081) Найдите значение выражения $q(b-1) - q(b+1)$, если $q(b) = -6b$.

1.14.0. Найдите $2p(x-7) - p(2x)$, если $p(t) = t - 3$.

1.14.1. (прототип 26823) Найдите $2p(x-7) - p(2x)$, если $p(x) = x - 3$.

1.14.2. (67183) Найдите $3p(x-2) - p(3x)$, если $p(x) = x + 2$.

1.14.3. (67231) Найдите $3p(x-4) - p(3x)$, если $p(x) = 4x + 2$.

1.15.0. Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(t) = t - 10$.

1.15.1. (прототип 26821) Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(x) = x - 10$.

1.15.2. (67083) Найдите значение выражения $2(p(4x) - 4p(x+4))$, если $p(x) = x + 9$.

1.15.3. (67131) Найдите значение выражения $6(p(5x) - 5p(x+3))$, если $p(x) = x + 5$.

1.16.0. Найдите $p(x) + p(6-x)$, если $p(t) = \frac{t(6-t)}{t-3}$ при $t \neq 3$.

1.16.1. (прототип 26804) Найдите $p(x) + p(6-x)$, если $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$ при $x \neq 3$.

1.16.2. (65899) Найдите $p(x) + p(-12-x)$, если $p(x) = \frac{x(-12-x)}{x+6}$ при $x \neq -6$.

1.16.3. (65911) Найдите $p(x) + p(10-x)$, если $p(x) = \frac{x(10-x)}{x-5}$ при $x \neq 5$.

1.17.0. Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$$p(t) = \left(t + \frac{3}{t}\right)\left(3t + \frac{1}{t}\right) \text{ при } t \neq 0.$$

1.17.1. (прототип 26803) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$,

$$\text{если } p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right) \text{ при } b \neq 0.$$

1.17.2. (65877) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$$p(b) = \left(b + \frac{8}{b}\right)\left(8b + \frac{1}{b}\right) \text{ при } b \neq 0.$$

1.17.3. (65881) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$$p(b) = \left(b - \frac{7}{b}\right)\left(-7b + \frac{1}{b}\right) \text{ при } b \neq 0.$$

2. Действия со степенями

• Определения

1) Степень действительного числа с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

2) Степень действительного числа с единичным показателем

$$a^1 = a$$

3) Степень действительного числа, не равного нулю, с нулевым показателем

$$a^0 = 1$$

4) Степень действительного числа, не равного нулю, с целым отрицательным показателем

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

5) Степень положительного числа с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

6) Степень нуля с положительным действительным показателем

$$0^\alpha = 0$$

7) Степень единицы с действительным показателем

$$1^\alpha = 1$$

• Свойства степени положительного числа

1) умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

2) деление степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x : a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

3) возвведение степени в степень

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

4) умножение степеней с одинаковыми показателями

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

5) деление степеней с одинаковыми показателями

$$a^x : b^x = \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

6) четная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n} = a^{2n}, \text{ где } n \in N.$$

7) нечетная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}, \text{ где } n \in N.$$

• Квадраты чисел

$$10^2 = \quad 20^2 = \quad 30^2 =$$

$$40^2 = \quad 50^2 = \quad 60^2 =$$

$$70^2 = \quad 80^2 = \quad 90^2 =$$

• Квадраты чисел

$$11^2 = \quad 12^2 = \quad 13^2 =$$

$$14^2 =$$

$$15^2 = \quad 16^2 = \quad 17^2 =$$

$$18^2 =$$

$$19^2 =$$

• Квадраты чисел, оканчивающиеся на цифру 5

$$15^2 = \quad 25^2 = \quad 35^2 =$$

$$45^2 = \quad 55^2 = \quad 65^2 =$$

$$75^2 = \quad 85^2 = \quad 95^2 =$$

$$105^2 = \quad 6,5^2 = \quad 0,35^2 =$$

• Степени числа 10

$$10^2 = \quad 10^3 = \quad 10^4 =$$

$$10^5 = \quad 10^6 = \quad 10^0 =$$

$$10^{-1} = \quad 10^{-2} = \quad 10^{-3} =$$

• Таблица степеней

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81						
4	4	16	64	256						
5	5	25	125	625						
6	6	36	216							
7	7	49	343							
8	8	64	512							
9	9	81	729							

• Формулы сокращенного умножения

1) Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2 = (b+a)^2$$

$$(a+b+c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

2) Квадрат разности

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$$

$$(-a+b)^2 = (b-a)^2$$

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$(a+b-c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

3) Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

4) Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

5) Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

6) Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7) Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Числовые выражения

2.1.1. (прототип 77390) Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2) : 1000$.

2.1.2. (86979) Найдите значение выражения $(128^2 - 20^2) : 148$.

2.1.3. (86981) Найдите значение выражения $(38^2 - 20^2) : 58$.

2.2.1. (прототип 77394) Найдите значение выражения: $(5^{12})^3 : 5^{37}$.

2.2.2. (88487) Найдите значение выражения: $(8^{16})^5 : 8^{78}$.

2.2.3. (88979) Найдите значение выражения: $(4^9)^5 : 4^{42}$.

2.3.1. (прототип 26738) Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

2.3.2. (26753) Найдите значение выражения $121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$.

2.3.3. (71883) Найдите значение выражения $8^{0,76} \cdot 64^{0,12}$.

2.4.1. (прототип 26740) Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$.

2.4.2. (61847) Найдите значение выражения $4^{\frac{3}{7}} \cdot 16^{\frac{2}{7}}$.

2.4.3. (62039) Найдите значение выражения $9^{\frac{4}{5}} \cdot 81^{\frac{1}{10}}$.

2.5.1. (прототип 77398) Найдите значение выражения $(49^6)^3 : (7^7)^5$.

2.5.2. (90889) Найдите значение выражения $(216^4)^3 : (36^2)^8$.

2.5.3. (90893) Найдите значение выражения $(343^9)^4 : (49^6)^9$.

2.6.1. (прототип 26739) Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

2.6.2. (63041) Найдите значение выражения $\frac{4^{5,6}}{2^{9,2}}$.

2.6.3. (63047) Найдите значение выражения $\frac{25^{5,1}}{5^{8,2}}$.

2.7.1. (прототип 26754) Найдите значение выражения $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$.

2.7.2. (62779) Найдите значение выражения $\frac{36^{5,3}}{6^{8,6}}$.

2.7.3. (63049) Найдите значение выражения $\frac{25^{5,4}}{5^{8,8}}$.

2.8.1. (прототип 26748) Найдите значение выражения $\frac{\left(2^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$.

2.8.2. (62437) Найдите значение выражения $\frac{\left(7^{\frac{3}{5}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{28^9}$.

2.8.3. (62501) Найдите значение выраже-

$$\text{ния } \frac{\left(2^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{18^{12}}.$$

2.9.1. (прототип 26741) Найдите значение выражения $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$.

2.9.2. (62067) Найдите значение выражения $\frac{3^{6,6} \cdot 7^{5,6}}{21^{4,6}}$.

2.9.3. (62111) Найдите значение выражения $\frac{2^{1,1} \cdot 7^{5,1}}{14^{3,1}}$.

2.10.1. (прототип 26897) Найдите значение выражения: $4^8 \cdot 11^{10} : 44^8$.

2.10.2. (14711) Найдите значение выражения: $25^4 \cdot 49^5 : 1225^4$.

2.10.3. (14675) Найдите значение выражения: $49^2 \cdot 4^3 : 196$.

2.11.1. (прототип 26742) Найдите значение выражения $35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}$.

2.11.2. (62123) Найдите значение выражения $30^{0,4} \cdot 6^{0,6} : 5^{-2,6}$.

2.11.3. (62161) Найдите значение выражения $10^{2,6} \cdot 5^{-0,6} : 2^{3,6}$.

Выражения с переменными

2.12.1. (прототип 26795) Найдите значение выражения $\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}$.

2.12.2. (65605) Найдите значение выражения $\frac{(17a)^2 - 17a}{17a^2 - a}$.

2.12.3. (65613) Найдите значение выражения $\frac{(19a)^2 + 19a}{19a^2 + a}$.

2.13.1. (прототип 26799) Найдите значение выражения $\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x$.

2.13.2. (65669) Найдите значение выражения $\frac{64x^2 - 49}{8x + 7} - 8x$.

2.13.3. (65711) Найдите значение выражения $\frac{4x^2 - 25}{2x - 5} - 2x$.

2.14.1. (прототип 26811) Найдите значение выражения $(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2$.

2.14.2. (66451) Найдите значение выражения $(5x - 4)(5x + 4) - 25x^2$.

2.14.3. (66537) Найдите значение выражения $(3x + 4)(3x - 4) - 9x^2$.

2.15.1. (прототип 26898) Найдите значение выражения:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$$

при $x = 80$.

2.15.2. (15125) Найдите значение выражения: $(9x - 6)(9x + 6) - 81x^2 - 6x + 38$ при $x = 100$.

2.15.3. (15619) Найдите значение выражения: $(10x - 2)(10x + 2) - 100x^2 + 8x - 27$ при $x = 130$.

2.16.1. (прототип 26808) Найдите значение выражения

$$(4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy.$$

2.16.2. (66185) Найдите значение выражения $(16x^2 + 9y^2 - (4x - 3y)^2) : (-6xy)$.

2.16.3. (66255) Найдите значение выражения $(4x^2 + 25y^2 - (2x - 5y)^2) : 4xy$.

2.17.1. (прототип 26809) Найдите значение выражения

$$((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy.$$

2.17.2. (66275) Найдите значение выражения $((3x - 5y)^2 - 9x^2 - 25y^2) : (-15xy)$.

2.17.3. (66297) Найдите значение выражения $((4x - y)^2 - 16x^2 - y^2) : 8xy$.

2.18.1. (прототип 26810) Найдите значение выражения

$$((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy.$$

2.18.2. (66369) Найдите значение выражения $((3x - 2y)^2 - (3x + 2y)^2) : (-8xy)$.

2.18.3. (66449) Найдите значение выражения $((5x - 4y)^2 - (5x + 4y)^2) : (-16xy)$.

2.19.1. (прототип 26802) Найдите значение выражения

$$(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right)$$

2.19.2. (65821) Найдите значение выражения $(25a^2 - 16) \cdot \left(\frac{1}{5a + 4} - \frac{1}{5a - 4} \right)$.

2.19.3. (65867) Найдите значение выражения $(64a^2 - 81) \cdot \left(\frac{1}{8a - 9} - \frac{1}{8a + 9} \right)$.

2.20.1. (прототип 77386) Найдите значение выражения

$$(9b^2 - 49) \cdot \left(\frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13$$

при $b = 345$.

2.20.2. (84973) Найдите значение выражения $(36b^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6b - 5} - \frac{1}{6b + 5} \right) + b + 9$

при $b = 119$.

2.20.3. (84977) Найдите значение выражения

$$(16b^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{4b - 5} - \frac{1}{4b + 5} \right) + b - 13 \text{ при } b = 131.$$

2.21.1. (прототип 77385) Найдите значение выражения

$$a(36a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} \right)$$

при $a = 36,7$.

2.21.2. (84379) Найдите значение выражения $a(9a^2 - 16) \cdot \left(\frac{1}{3a + 4} - \frac{1}{3a - 4} \right)$ при $a = 27,6$.

2.21.3. (84381) Найдите значение выражения $a(16a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{4a + 5} - \frac{1}{4a - 5} \right)$ при $a = 30,9$.

2.22.0. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}, \text{ если } g(t) = 8^t.$$

2.22.1. (прототип 77401) Найдите значение выражения $\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}$, если $g(x) = 8^x$.

2.22.2. (92555) Найдите значение выражения $\frac{g(x + 2)}{g(x)}$, если $g(x) = 15^x$.

2.22.3. (92545) Найдите значение выражения $\frac{g(x - 9)}{g(x - 10)}$, если $g(x) = 3^x$.

2.23.1. (прототип 26800) Найдите значение выражения $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.

2.23.2. (65731) Найдите значение выражения $\frac{(7x)^2 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 10x^3}$.

2.23.3. (65741) Найдите значение выражения $\frac{(3x)^5 \cdot x^4}{x^5 \cdot 5x^4}$.

2.24.1. (прототип 26815) Найдите значение выражения $(7x^3)^2 : (7x^6)$.

2.24.2. (66801) Найдите значение выражения $(2x^4)^2 : (2x^8)$.

2.24.3. (66807) Найдите значение выражения $(6x^6)^2 : (6x^{12})$.

2.25.1. (прототип 26816) Найдите значение выражения $(4a)^3 : a^7 \cdot a^4$.

2.25.2. (66855) Найдите значение выражения $(2a)^6 : a^7 \cdot a$.

2.25.3. (66857) Найдите значение выражения $(3a)^5 : a^8 \cdot a^3$.

2.26.1. (прототип 26814) Найдите значение выражения $18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2$.

2.26.2. (66743) Найдите значение выражения $64x^8 \cdot x^{17} : (2x^5)^5$.

2.26.3. (66753) Найдите значение выражения $32x^3 \cdot x^7 : (4x^5)^2$.

2.27.1. (прототип 26813) Найдите значение выражения $((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12}$.

2.27.2. (66691) Найдите значение выражения $((3x^8)^3 - (2x^6)^4) : x^{24}$.

2.27.3. (66687) Найдите значение выражения $((6x^9)^2 - (4x^6)^3) : 7x^{18}$.

2.28.1. (прототип 26798) Найдите значение выражения

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$$

2.28.2. (282373) Найдите значение выражения $\frac{17(m^4)^6 + 7(m^8)^3}{(4m^{12})^2}$.

2.28.3. (282431) Найдите значение выражения $\frac{14(m^6)^5 + 11(m^{10})^3}{(5m^{15})^2}$.

2.29.1. (прототип 26831) Найдите значение выражения $\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$ при $n > 0$

2.29.2. (67671) Найдите значение выражения $\frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}}$ при $n > 0$.

2.29.3. (67713) Найдите значение выражения $\frac{41n^{\frac{1}{4}}}{n^{\frac{1}{20}} \cdot n^{\frac{1}{5}}}$ при $n > 0$.

2.30.1. (прототип 26797) Найдите значение выражения

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$$

2.30.2. (65645) Найдите значение выражения $\frac{(3a^2)^3 \cdot (5b)^2}{(15a^3b)^2}$.

2.30.3. (65651) Найдите значение выражения $\frac{(7a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(14a^3b)^2}$.

2.31.1. (прототип 26801) Найдите значение выражения

$$\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}}$$

2.31.2. (65773) Найдите значение выражения $\frac{a^{-5}b^{-7}}{(3a)^2b^{-3}} \cdot \frac{27}{a^{-7} \cdot b^{-4}}$.

2.31.3. (65811) Найдите значение выражения $\frac{a^{-2}b^{-5}}{(2a)^2b^{-2}} \cdot \frac{21}{a^{-4} \cdot b^{-3}}$.

2.32.1. (прототип 26828) Найдите значение выражения $a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68}$ при $a = 11$

2.32.2. (67491) Найдите значение выражения $a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$ при $a = 23$.

2.32.3. (67541) Найдите значение выражения $a^{1,59} \cdot a^{0,26} \cdot a^{0,15}$ при $a = 6$.

2.33.1. (прототип 77403) Найдите значение выражения $\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}}$ при $a = 0,4$.

2.33.2. (93519) Найдите значение выражения $\frac{a^{5,2}}{a^{6,2}}$ при $a = 0,2$.

2.33.3. (93545) Найдите значение выражения $\frac{a^{5,1}}{a^{7,1}}$ при $a = 5$.

2.34.1. (прототип 26826) Найдите значение выражения $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$ при $a = 12$.

2.34.2. (67339) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{6,08} \cdot a^{3,31}}{a^{7,39}} \text{ при } a = 20.$$

2.34.3. (67405) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{4,42} \cdot a^{1,96}}{a^{4,38}} \text{ при } a = 16.$$

2.35.1. (прототип 26827) Найдите значение выражения $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$ при $a = \frac{2}{7}$

2.35.2. (67413) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{4,73}}{a^{2,12} \cdot a^{2,61}} \text{ при } a = \frac{5}{8}.$$

2.35.3. (67453) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{5,99}}{a^{2,69} \cdot a^{3,3}} \text{ при } a = \frac{7}{11}.$$

2.36.1. (прототип 26901) Найдите значение выражения: $\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0}$ при $x = 4$.

2.36.2. (16625) Найдите значение выражения: $\frac{x^9 \cdot x^5}{x^{10}}$ при $x = 3$.

2.36.3. (16627) Найдите значение выражения: $\frac{x^{-13} \cdot x^5}{x^{-10}}$ при $x = 8$.

2.37.1. (прототип 77393) Найдите значение выражения $b^5 : b^9 \cdot b^6$ при $b = 0,01$.

2.37.2. (88379) Найдите значение выражения $b^3 : b^2 \cdot b^5$ при $b = 4$.

2.37.3. (88383) Найдите значение выражения $b^4 : b^9 \cdot b^7$ при $b = 0,4$.

2.38.1. (прототип 77399) Найдите значение выражения $(2a^3)^4 : (2a^{11})$ при $a = 11$.

2.38.2. (91545) Найдите значение выражения $(2a^2)^5 : (2a^{11})$ при $a = 10$.

2.38.3. (91153) Найдите значение выражения $(7a^6)^2 : (7a^{13})$ при $a = 5$.

2.39.1. (прототип 77395) Найдите значение выражения $(4b)^3 : b^9 \cdot b^5$ при $b = 128$.

2.39.2. (89479) Найдите значение выражения $(8b)^2 : b^9 \cdot b^7$ при $b = 64$.

2.39.3. (89483) Найдите значение выражения $(9b)^3 : b^7 \cdot b^3$ при $b = 81$.

2.40.1. (прототип 77400) Найдите значение выражения $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2$ при $b = 7$.

2.40.2. (92055) Найдите значение выражения $b^{\frac{5}{9}} \cdot \left(b^{\frac{2}{9}}\right)^2$ при $b = 6$.

2.40.3. (92045) Найдите значение выражения $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{2}{5}}\right)^2$ при $b = 2$.

2.41.1. (прототип 26841) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$ при $n = 64$.

2.41.2. (68199) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{3}{4}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$ при $n = 121$.

2.41.3. (68247) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{7}{12}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$ при $n = 216$.

2.42.1. (прототип 77396) Найдите значение выражения $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$ при $x = 5$.

2.42.2. (89485) Найдите значение выражения $x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$ при $x = 0,1$.

2.42.3. (89969) Найдите значение выражения $x \cdot 4^{-4x-1} \cdot 16^{2x}$ при $x = 0,5$.

2.43.1. (прототип 77397) Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$.

2.43.2. (90479) Найдите значение выражения $3x \cdot (2x^{12})^2 : (2x^6)^4$ при $x = 100$.

2.43.3. (90483) Найдите значение выражения $4x \cdot (2x^{14})^5 : (2x^{10})^7$ при $x = 90$.

2.44.1. (прототип 77402) Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.

2.44.2. (92557) Найдите значение выражения $5^{3x+1} : 125^x : x$ при $x = \frac{1}{13}$.

2.44.3. (93055) Найдите значение выражения $4^{3x+2} : 64^x : x$ при $x = \frac{1}{7}$.

2.45.1. (прототип 26817) Найдите значение выражения

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6) \text{ при } b = 2.$$

2.45.2. (66881) Найдите значение выражения $(17a^6 \cdot b^2 - (9a^3b)^2) : (8a^6b^3)$ при $b = 4$.

2.45.3. (66915) Найдите значение выражения $(17a^{12} \cdot b^4 - (4a^3b)^4) : (10a^{12}b^4)$ при $b = 3$.

3. Действия с арифметическими корнями

1. Если $a \geq 0$ и $n \in N$, $n \neq 1$, то **арифметический корень** $\sqrt[n]{a} = b$ - есть такое число $b \geq 0$, что $b^n = a$.

2. Если $a < 0$, то **корень нечетной степени** $\sqrt[n]{a} = b$ - есть такое число $b < 0$, что $b^n = a$.

Следствия из определения корня

$$1. (\sqrt[n]{a})^n = a \quad 2. \sqrt{a^2} = |a|$$

$$3. \sqrt[2n]{a^{2n}} = |a| \quad 4. \sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$$

$$5. \sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}$$

Свойства арифметических корней

$$1. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{ab} \quad 2. \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$3. (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} \quad 4. \sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

$$5. \sqrt[nk]{a^{nm}} = \sqrt[k]{a^m}$$

Числовые выражения

3.1.1. (прототип 26735) Найдите значение выражения: $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

3.1.2. (16789) Найдите значение выражения: $\sqrt{548^2 - 420^2}$.

3.1.3. (16791) Найдите значение выражения: $\sqrt{610^2 - 448^2}$.

3.2.1. (прототип 316351) Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$.

3.2.2. (316353) Найдите значение выражения $(\sqrt{98} - \sqrt{8}) \cdot \sqrt{8}$.

3.2.3. (316551) Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - \sqrt{99}) \cdot \sqrt{11}$.

3.3.1. (прототип 26737) Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

3.3.2. (61525) Найдите значение выражения $(\sqrt{10} - \sqrt{17})(\sqrt{10} + \sqrt{17})$.

3.3.3. (61691) Найдите значение выражения $(\sqrt{6} - \sqrt{12})(\sqrt{6} + \sqrt{12})$.

3.4.1. (прототип 26750) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.

3.4.2. (62583) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{14})^2}{10 + \sqrt{84}}$.

3.4.3. (62641) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{13})^2}{9 + \sqrt{65}}$.

3.5.1. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}}$.

3.5.2. (26751) Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{8 - \sqrt{15}}$.

3.5.3. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{8} - \sqrt{6})^2}{7 - 4\sqrt{3}}$.

3.6.1. (прототип 26743) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

3.6.2. (62189) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{1,5}}{\sqrt{0,3}}$.

3.6.3. (62191) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{2,1}}{\sqrt{0,24}}$.

3.7.1. (прототип 26746) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$.

3.7.2. (62345) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{21}}$.

3.7.3. (62381) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{54}}{\sqrt[4]{2}}$.

3.8.1. (прототип 26744) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$.

3.8.2. (62205) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{3}{20}}$.

3.8.3. (62251) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{4}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{2}{63}}$.

3.9.1. (прототип 26899) Найдите значение выражения: $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.

3.9.2. (15625) Найдите значение выражения: $9^{\sqrt{11}+6} \cdot 9^{-1-\sqrt{11}}$.

3.9.3. (16115) Найдите значение выражения: $4^{\sqrt{7}+8} \cdot 4^{-4-\sqrt{7}}$.

3.10.1. (прототип 77406) Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$.

3.10.2. (94365) Найдите значение выражения $6^{\sqrt{8}+3} \cdot 6^{4+\sqrt{8}} : 6^{2\sqrt{8}+6}$.

3.10.3. (94367) Найдите значение выражения $7^{4\sqrt{3}+2} \cdot 7^{1-3\sqrt{3}} : 7^{\sqrt{3}+1}$.

3.11.1. (прототип 77408) Найдите значение выражения $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$.

3.11.2. (95365) Найдите значение выражения $\frac{0,1^{\sqrt{2}+1}}{10^{-\sqrt{2}}}$.

3.11.3. (95367) Найдите значение выражения $\frac{0,8^{\sqrt{11}+1}}{1,25^{-\sqrt{11}}}$.

3.12.1. (прототип 77410) Найдите значение выражения $\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$.

3.12.2. (96365) Найдите значение выражения $\frac{7^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{35^{\sqrt{6}-2}}$.

3.12.3. (96369) Найдите значение выражения $\frac{6^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{30^{\sqrt{6}-2}}$.

3.13.1. (прототип 77407) Найдите значение выражения $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$.

3.13.2. (94393) Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-4-4\sqrt{8}}$.

3.13.3. (94877) Найдите значение выражения $3^{2\sqrt{6}+2} \cdot 9^{1-\sqrt{6}}$.

3.14.1. (прототип 26736) Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$.

3.14.2. (61499) Найдите значение выражения $\frac{(7\sqrt{3})^2}{5}$.

3.14.3. (61511) Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{9}$.

3.15.1. (прототип 26747) Найдите значение выражения $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2$.

3.15.2. (62391) Найдите значение выражения $\left(\frac{5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{5}} \right)^2$.

3.15.3. (62421) Найдите значение выражения $\left(\frac{7^{\frac{1}{6}} \cdot 7^{\frac{1}{9}}}{\sqrt[18]{7}} \right)^9$.

3.16.1. (прототип 26749) Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$.

3.16.2. (62505) Найдите значение выражения $0,12^{\frac{1}{9}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 15^{\frac{8}{9}}$.

3.16.3. (62571) Найдите значение выражения $1,5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$.

3.17.1. (прототип 26752) Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

3.17.2. (62649) Найдите значение выражения $9 \cdot \sqrt[6]{243} \cdot \sqrt[30]{243}$.

3.17.3. (62761) Найдите значение выражения $6 \cdot \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[12]{125}$.

3.18.1. (прототип 77405) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$.

3.18.2. (93875) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{343} \cdot \sqrt[3]{49}$.

3.18.3. (93877) Найдите значение выражения $\sqrt[6]{729} \cdot \sqrt[4]{81}$.

3.19.1. (прототип 26745) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$.

3.19.2. (62259) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[20]{10} \cdot \sqrt[5]{10}}{\sqrt[4]{10}}$.

3.19.3. (62311) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[48]{3} \cdot \sqrt[16]{3}}{\sqrt[12]{3}}$.

Выражения с переменными

3.20.1. (прототип 26834) Найдите значение выражения $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.20.2. (67885) Найдите значение выражения $\frac{(4a)^{4,5}}{a^4\sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.20.3. (67891) Найдите значение выражения $\frac{(196a)^{1,5}}{a\sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.21.1. (прототип 26835) Найдите значение выражения

$$\frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} \text{ при } b > 0.$$

3.21.2. (67897) Найдите значение выражения

$$\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}} \text{ при } b > 0.$$

3.21.3. (67921) Найдите значение выражения

$$\frac{(9b)^{4,5} \cdot b^{0,9}}{b^{5,4}} \text{ при } b > 0.$$

3.22.1. (прототип 26836) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$ при $a > 0$.

3.22.2. (67939) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{5}a)^{12} \cdot \sqrt[10]{a^6}}{a^{12,6}}$ при $a > 0$.

3.22.3. (67991) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{7}a)^{10} \cdot \sqrt{a^6}}{a^{13}}$ при $a > 0$.

3.23.1. (прототип 26832) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4}$ при $a \neq 0$.

3.23.2. (67739) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[5]{13a^2})^{10}}{a^4}$ при $a \neq 0$.

3.23.3. (67791) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[6]{6a^2})^{18}}{a^6}$ при $a \neq 0$.

3.24.1. (прототип 26825) Найдите значение выражения $\frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.

3.24.2. (67285) Найдите значение выражения $\frac{16 \cdot \sqrt[54]{m} \cdot \sqrt[27]{m}}{\sqrt[18]{m}}$ при $m > 0$.

3.24.3. (67293) Найдите значение выражения $\frac{23 \cdot \sqrt[12]{m} \cdot \sqrt[4]{m}}{\sqrt[3]{m}}$ при $m > 0$.

3.25.1. (прототип 26833) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} \text{ при } b > 0$$

3.25.2. (67813) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{100\sqrt[9]{b}}}{\sqrt[18]{b}}$ при $b > 0$.

3.25.3. (67841) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{9\sqrt[10]{b}}}{\sqrt[20]{b}}$ при $b > 0$.

3.26.1. (прототип 26837) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt[16]{\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$

3.26.2. (67997) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}{\sqrt[25]{\sqrt[5]{m}}}$ при $m > 0$.

3.26.3. (68041) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[8]{\sqrt{m}}}{\sqrt[100]{\sqrt[8]{m}}}$ при $m > 0$.

3.27.1. (прототип 26838) Найдите значение выражения

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} \text{ при } a > 0$$

3.27.2. (68045) Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[6]{\sqrt[2]{a}} - 4\sqrt[7]{\sqrt[18]{a}}}{4\sqrt[3]{\sqrt[42]{a}}}$ при $a > 0$.

3.27.3. (68091) Найдите значение выражения $\frac{9\sqrt[7]{15}a - 6\sqrt[3]{35}a}{6\sqrt[5]{21}a}$ при $a > 0$.

$$\frac{9\sqrt[7]{15}a - 6\sqrt[3]{35}a}{6\sqrt[5]{21}a}$$

3.28.1. (прототип 77409) Найдите значение выражения $\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3}$ при $b = 6$.

3.28.2. (95865) Найдите значение выражения $\frac{b^{9\sqrt{7}-1}}{(b^{\sqrt{7}})^9}$ при $b = 4$.

3.28.3. (95867) Найдите значение выражения $\frac{b^{11\sqrt{13}+1}}{(b^{\sqrt{13}})^{11}}$ при $b = 7$.

3.29.1. (прототип 77411) Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4}$ при $b = 5$.

3.29.2. (96865) Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{10}})^{2\sqrt{10}}}{b^{17}}$ при $b = 2$.

3.29.3. (96869) Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{3}})^{7\sqrt{3}}}{b^{18}}$ при $b = 0,5$.

3.30.1. (прототип 26842) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$.

3.30.2. (68257) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[12]{m}}$ при $m = 4096$.

3.30.3. (68313) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}}$ при $m = 125$.

3.31.1. (прототип 77404) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}}$ при $a = 1,25$.

3.31.2. (93705) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}}{a \cdot \sqrt[30]{a}}$ при $a = 0,25$.

3.31.3. (93707) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[10]{a} \cdot \sqrt[15]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}}$ при $a = 1,25$.

3.32.1. (прототип 26824) Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

3.32.2. (67239) Найдите значение выражения $\frac{10\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

3.32.3. (67247) Найдите значение выражения $\frac{4\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x}$ при $x > 0$.

3.33.1. (прототип 77388) Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$ при $x = 3$.

3.33.2. (85499) Найдите значение выражения $\frac{4\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x} - 3x + 2$ при $x = -1$.

3.33.3. (85981) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} + \frac{4\sqrt{x}}{x} + x - 2$ при $x = 2$.

3.34.1. (прототип 26829) Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

3.34.2. (67563) Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 + 32x + 256}$ при $x \leq -16$.

3.34.3. (67591) Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 40x + 400}$ при $x \leq 20$.

3.35.1. (прототип 26830) Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2}$ при $6 \leq a \leq 10$.

3.35.2. (67623) Найдите значение выражения $\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-5)^2}$ при $1 \leq a \leq 5$.

3.35.3. (67647) Найдите значение выражения $\sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a-11)^2}$ при $3 \leq a \leq 11$.

3.36.0. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(t) = \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{t-10}$.

3.36.1. (прототип 26840) Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

3.36.2. (68181) Найдите $h(6+x) + h(6-x)$, если $h(x) = \sqrt[9]{x} + \sqrt[9]{x-12}$.

3.36.3. (68183) Найдите $h(3+x) + h(3-x)$, если $h(x) = \sqrt[7]{x} + \sqrt[7]{x-6}$.

3.37.0. Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если

$g(t) = \sqrt[3]{t(4-t)}$ при $|t| \neq 2$.

3.37.1. (прототип 26839) Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

3.37.2. (68131) Найдите $\frac{g(8-x)}{g(8+x)}$, если

$g(x) = \sqrt[7]{x(16-x)}$ при $|x| \neq 8$.

3.37.3. (68141) Найдите $\frac{g(3-x)}{g(3+x)}$, если

$g(x) = \sqrt[11]{x(6-x)}$ при $|x| \neq 3$.

4. Действия с логарифмами

Логарифмом положительного числа b по основанию a ($a > 0, a \neq 1$) называется такой показатель c степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b.$$

Свойства логарифмов

- Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a 1 = 0$$

4. Логарифм произведения:

$$\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

5. Логарифм частного:

$$\log_a \left(\frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

6. Логарифм и степени:

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

7. Формула перехода к другому основанию и её следствия:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

$$\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$$

Числовые выражения

4.1.1. (68541) Найдите значение выражения $\log_4 16$.

4.1.2. (68543) Найдите значение выражения $\log_2 32$.

4.1.3. (68547) Найдите значение выражения $\log_5 625$.

4.2.1. (прототип 26843) Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.

4.2.2. (68341) Найдите значение выражения $(\log_3 243) \cdot (\log_8 512)$.

4.2.3. (68343) Найдите значение выражения $(\log_9 81) \cdot (\log_2 64)$.

4.3.1. (прототип 26846) Найдите значение выражения $\log_{0,25} 2$.

4.3.2. (68473) Найдите значение выражения $\log_{0,2} 125$.

4.3.3. (68491) Найдите значение выражения $\log_{0,05} 8000$.

4.4.1. (прототип 26847) Найдите значение выражения $\log_4 8$.

4.4.2. (68515) Найдите значение выражения $\log_{25} 0,2$.

4.4.3. (68551) Найдите значение выражения $\log_4 0,5$.

4.5.1. (прототип 26849) Найдите значение выражения $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

4.5.2. (68555) Найдите значение выражения $\log_{25} 3125 + \log_{0,04} 0,008$.

4.5.3. (68591) Найдите значение выражения $\log_4 8 + \log_{0,25} 0,125$.

4.6.1. (прототип 26889) Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

4.6.2. (4397) Найдите значение выражения $\log_{16} \log_6 36$.

4.6.3. (69599) Найдите значение выражения $\log_3 \log_7 343$.

4.7.1. (прототип 26857) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[3]{13}} 13$.

4.7.2. (69091) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[4]{3}} 3$.

4.7.3. (69093) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[3]{14}} 14$.

4.8.1. (прототип 26893) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$.

4.8.2. (4473) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$.

4.8.3. (69701) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt[3]{11}$.

4.9.1. (прототип 26856) Найдите значение выражения $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$.

4.9.2. (4385) Найдите значение выражения $104 \log_3 \sqrt[8]{3}$.

4.9.3. (4387) Найдите значение выражения $75 \log_{11} \sqrt[5]{11}$.

4.10.1. (прототип 26862) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{7}}^2 49$.

4.10.2. (69263) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{11}}^2 121$.

4.10.3. (69333) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{12}}^2 1728$.

4.11.1. (прототип 26844) Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

4.11.2. (4435) Найдите значение выражения $6 \cdot 7^{\log_7 2}$.

4.11.3. (4437) Найдите значение выражения $9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

4.12.1. (прототип 26892) Найдите значение выражения $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$.

4.12.2. (4455) Найдите значение выражения $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$.

4.12.3. (69665) Найдите значение выражения $\frac{60}{4^{\log_4 10}}$.

4.13.1. (прототип 26882) Найдите значение выражения $5^{3+\log_5 2}$.

4.13.2. (69341) Найдите значение выражения $2^{3+\log_2 15}$.

4.13.3. (69391) Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 8}$.

4.14.1. (прототип 26883) Найдите значение выражения $8^{2\log_8 3}$.

4.14.2. (69393) Найдите значение выражения $6^{2\log_6 14}$.

4.14.3. (69443) Найдите значение выражения $9^{2\log_9 6}$.

4.15.1. (прототип 26845) Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.

4.15.2. (4329) Найдите значение выражения $9^{\log_3 4}$.

4.15.3. (4331) Найдите значение выражения $16^{\log_4 7}$.

4.16.1. (прототип 26885) Найдите значение выражения $64^{\log_8 \sqrt{3}}$.

4.16.2. (4347) Найдите значение выражения $25^{\log_5 \sqrt{6}}$.

4.16.3. (69543) Найдите значение выражения $4^{\log_2 \sqrt{10}}$.

4.17.1. (прототип 26861) Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 49}$.

4.17.2. (4505) Найдите значение выражения $3^{\log_9 16}$.

4.17.3. (4509) Найдите значение выражения $4^{\log_{16} 81}$.

4.18.1. (прототип 77418) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

4.18.2. (99555) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_3 5})^{\log_5 7}$.

4.18.3. (99559) Вычислите значение выражения: $(2^{\log_2 5})^{\log_5 7}$.

4.19.1. (прототип 26894) Найдите значение выражения $\log_3 8,1 + \log_3 10$.

4.19.2. (4491) Найдите значение выражения $\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$.

4.19.3. (697650) Найдите значение выражения $\log_2 12,8 + \log_2 10$.

4.20.1. (прототип 26848) Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.

4.20.2. (4415) Найдите значение выражения $\log_6 270 - \log_6 7,5$.

4.20.3. (4433) Найдите значение выражения $\log_8 80 - \log_8 1,25$.

4.21.1. (прототип 26850) Найдите значение выражения $\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3$.

4.21.2. (68599) Найдите значение выражения $\log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3$.

4.21.3. (68663) Найдите значение выражения $\log_{0,55} 20 - \log_{0,55} 11$.

4.22.1. (прототип 26854) Найдите значение выражения $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$.

4.22.2. (68823) Найдите значение выражения $\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$.

4.22.3. (68897) Найдите значение выражения $\frac{4^{\log_{14} 588}}{4^{\log_{14} 3}}$.

4.23.1. (прототип 26851) Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

4.23.2. (68691) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 144}{\log_2 12}$.

4.23.3. (68693) Найдите значение выражения $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}$.

4.24.1. (прототип 26896) Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.

4.24.2. (4525) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}$.

4.24.3. (69939) Найдите значение выражения $\frac{\log_8 \sqrt[25]{5}}{\log_8 5}$.

4.25.1. (прототип 26858) Найдите значение выражения $\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$.

4.25.2. (69105) Найдите значение выражения $\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}$.

4.25.3. (69141) Найдите значение выражения $\frac{\log_7 98}{2 + \log_7 2}$.

4.26.1. (прототип 26859) Найдите значение выражения $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$.

4.26.2. (69157) Найдите значение выражения $\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05$.

4.26.3. (69205) Найдите значение выражения $\frac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1$.

4.27.1. (прототип 26852) Найдите значение выражения $\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}$.

4.27.2. (4351) Найдите значение выражения $\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8}$.

4.27.3. (68821) Найдите значение выражения $\frac{\log_3 7}{\log_{27} 7}$.

4.28.1. (прототип 26853) Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

4.28.2. (4377) Найдите значение выражения $\log_2 5 \cdot \log_5 8$.

4.28.3. (4383) Найдите значение выражения $\log_7 9 \cdot \log_9 49$.

4.29.1. (прототип 26860) Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$.

4.29.2. (69213) Найдите значение выражения $\log_{0,4} 6 \cdot \log_6 2,5$.

4.29.3. (69245) Найдите значение выражения $\log_{0,5} 6 \cdot \log_6 2$.

4.30.1. (99535) Вычислите значение выражения: $(2^{\log_5 3})^{\log_3 5}$.

4.30.2. (99539) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 7})^{\log_7 2}$.

4.30.3. (99557) Вычислите значение выражения: $(5^{\log_3 7})^{\log_7 3}$.

4.31.1. (прототип 26855) Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

4.31.2. (68945) Найдите значение выражения $(1 - \log_6 54)(1 - \log_9 54)$.

4.31.3. (68955) Найдите значение выражения $(1 - \log_8 72)(1 - \log_9 72)$.

Выражения с переменными

4.32.1. (прототип 77417) Найдите $\log_a(a^2 b^3)$, если $\log_a b = -2$.

4.32.2. (99467) Найдите $\log_a(ab^{10})$, если $\log_a b = 7$.

4.32.3. (99455) Найдите $\log_a(a^6 b^5)$, если $\log_a b = -6$.

4.33.1. (прототип 77416) Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.

4.33.2. (98965) Найдите $\log_a \frac{a^9}{b^2}$, если $\log_a b = 12$.

4.33.3. (98967) Найдите $\log_a \frac{a^7}{b^3}$, если

$$\log_a b = 10.$$

$y = \cos x$ - четная функция

$$\begin{aligned}\sin(-x) &= -\sin x; \quad \operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x; \\ \operatorname{ctg}(-x) &= -\operatorname{ctg} x; \quad \cos(-x) = \cos x.\end{aligned}$$

4.34.1. (прототип 77415) Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$, если

$$\log_b a = \frac{1}{7}.$$

4.34.2. (98465) Найдите значение выражения $\log_a(a^7b^{10})$, если $\log_b a = \frac{10}{13}$.

4.34.3. (98455) Найдите значение выражения $\log_a(a^3b^{10})$, если $\log_b a = \frac{5}{14}$.

Периодичность функций

- Периоды функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$:
..., $-6\pi, -4\pi, -2\pi, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$
 $\sin(x + 2\pi n) = \sin x, n \in \mathbb{Z}$
 $\cos(x + 2\pi n) = \cos x, n \in \mathbb{Z}$

Основной период (наименьший положительный период): 2π .

- Периоды функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$:
..., $-3\pi, -2\pi, -\pi, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$
 $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x, n \in \mathbb{Z}$
 $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x, n \in \mathbb{Z}$

Основной период: π .

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\begin{aligned}\sin^2 x &= 1 - \cos^2 x & \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \\ \cos^2 x &= (1 - \sin x)(1 + \sin x) & \sin^2 x &= (1 - \cos x)(1 + \cos x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha &= \sin \alpha & \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} & \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}\end{aligned}$$

5. Преобразование тригонометрических выражений

Значения функций для основных углов

Градусы	Радианы	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0°	0	0	1	0	—
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	—	0
180°	π	0	-1	0	—
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	—	0
360°	2π	0	1	0	—

Четность, нечетность функций

$$\left. \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \operatorname{tg} x \\ y = \operatorname{ctg} x \end{array} \right\} \text{ - нечетные функции}$$

Формулы приведения

Для удобства считают, что α – острый угол и используют следующее правило:

- 1) определяют, в какой четверти находится аргумент (заканчивается угол);
- 2) определяют знак исходной функции в рассматриваемой четверти;
- 3) если дан аргумент вида $\pi \pm \alpha$ или $2\pi \pm \alpha$, то оставляют название исходной функции; если дан аргумент вида $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ или $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то меняют название на «кофункцию».

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Формулы половинного аргумента

(понижение степени)

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Числовые выражения

- 5.1.1. (прототип 26758)** Найдите значение выражения $16\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$.

5.1.2. (63265) Найдите значение выражения $40\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$.

5.1.3. (63273) Найдите значение выражения $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$.

5.2.1. (прототип 26764) Найдите значение выражения $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

5.2.2. (63677) Найдите значение выражения $35\sqrt{6} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

5.2.3. (63707) Найдите значение выражения $27\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

5.3.1. (прототип 77414) Найдите значение выражения: $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.

5.3.2. (97955) Найдите значение выражения: $22 \sin 45^\circ \cdot \cos 135^\circ$.

5.3.3. (97885) Найдите значение выражения: $8 \sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

5.4.1. (прототип 26759) Найдите значение выражения $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3}$.

5.4.2. (63311) Найдите значение выражения $20\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{7\pi}{6}$.

5.4.3. (63323) Найдите значение выражения $14\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$.

5.5.1. (прототип 26763) Найдите значение выражения $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$.

5.5.2. (63613) Найдите значение выражения $37\sqrt{2} \sin(-1035^\circ)$.

5.5.3. (63651) Найдите значение выражения $-4\sqrt{3} \sin(-780^\circ)$.

5.6.1. (прототип 26761) Найдите значение выражения $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$.

5.6.2. (63465) Найдите значение выражения $16\sqrt{2} \cos(585^\circ)$.

5.6.3. (63505) Найдите значение выражения $32\sqrt{3} \cos(-510^\circ)$.

5.7.1. (прототип 26762) Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

5.7.2. (63525) Найдите значение выражения $-17\sqrt{3}\operatorname{tg}(1050^\circ)$.

5.7.3. (63587) Найдите значение выражения $44\sqrt{3}\operatorname{tg}(-480^\circ)$.

5.8.1. (прототип 26760) Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$.

5.8.2. (63451) Найдите значение выражения $\frac{29}{\sin\left(-\frac{35\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{26\pi}{3}\right)}$.

5.8.3. (63455) Найдите значение выражения $\frac{41}{\sin\left(-\frac{31\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{21\pi}{4}\right)}$.

5.9.1. (прототип 26757) Найдите значение выражения $\frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$.

5.9.2. (63141) Найдите значение выражения $\frac{40\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$.

5.9.3. (63229) Найдите значение выражения $\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$.

5.10.1. (прототип 26765) Найдите значение выражения $\frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$.

5.10.2. (63709) Найдите значение выражения $\frac{2\sin 28^\circ}{\sin 332^\circ}$.

5.10.3. (63763) Найдите значение выражения $\frac{34\sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$.

5.11.1. (прототип 26766) Найдите значение выражения $\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

5.11.2. (63767) Найдите значение выражения $\frac{-4\cos 26^\circ}{\cos 154^\circ}$.

5.11.3. (63819) Найдите значение выражения $\frac{38\cos 153^\circ}{\cos 27^\circ}$.

5.12.1. (прототип 26769) Найдите значение выражения $\frac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$.

5.12.2. (63877) Найдите значение выражения $\frac{-42\sin 413^\circ}{\sin 53^\circ}$.

5.12.3. (63929) Найдите значение выражения $\frac{-20\sin 373^\circ}{\sin 13^\circ}$.

5.13.1. (прототип 26767) Найдите значение выражения $\frac{5\operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

5.13.2. (63821) Найдите значение выражения $\frac{23\operatorname{tg} 59^\circ}{\operatorname{tg} 121^\circ}$.

5.13.3. (63875) Найдите значение выражения $\frac{-22\operatorname{tg} 148^\circ}{\operatorname{tg} 32^\circ}$.

5.14.1. (прототип 26770) Найдите значение выражения $5\operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$.

5.14.2. (63931) Найдите значение выражения $-19\operatorname{tg} 101^\circ \cdot \operatorname{tg} 191^\circ$.

5.14.3. (63985) Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ$.

5.15.1. (прототип 26771) Найдите значение выражения $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$.

5.15.2. (64034) Найдите значение выражения $-24 \operatorname{tg} 22^\circ \cdot \operatorname{tg} 68^\circ$.

5.15.3. (64041) Найдите значение выражения $59 \operatorname{tg} 56^\circ \cdot \operatorname{tg} 34^\circ$.

5.16.1. (прототип 26772) Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$$

5.16.2. (64043) Найдите значение выражения $\frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ}$.

5.16.3. (64097) Найдите значение выражения $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$.

5.17.1. (прототип 26773) Найдите значение выражения $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$.

5.17.2. (64099) Найдите значение выражения $\frac{-24}{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ}$.

5.17.3. (64151) Найдите значение выражения $\frac{9}{\cos^2 134^\circ + \cos^2 224^\circ}$.

5.18.1. (прототип 26774) Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$$

5.18.2. (64155) Найдите значение выражения $\frac{-9}{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}$.

5.18.3. (64207) Найдите значение выражения $\frac{-20}{\sin^2 43^\circ + \cos^2 223^\circ}$.

5.19.1. (прототип 26755) Найдите значение выражения: $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

5.19.2. (17785) Найдите значение выражения: $\frac{2 \sin 6^\circ \cdot \cos 6^\circ}{\sin 12^\circ}$.

5.19.3. (17289) Найдите значение выражения: $\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$.

5.20.1. (прототип 245169) Найдите значение выражения $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$.

5.20.2. (282447) Найдите значение выражения $\sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12}$.

5.20.3. (282525) Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cdot \cos \frac{13\pi}{8}$.

5.21.1. (прототип 77413) Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$.

5.21.2. (97865) Найдите значение выражения $\frac{16 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 70^\circ}$.

5.21.3. (97867) Найдите значение выражения $\frac{-4 \sin 122^\circ}{\cos 61^\circ \cdot \cos 29^\circ}$.

5.22.1. (прототип 77412) Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

5.22.2. (97335) Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 34^\circ}{\sin 17^\circ \cdot \sin 73^\circ}$.

5.22.3. (97337) Найдите значение выражения $\frac{8 \sin 150^\circ}{\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ}$.

5.23.1. (прототип 245170) Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

5.23.2. (282527) Найдите значение выражения $\sqrt{32} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

5.23.3. (282603) Найдите значение выражения $\sqrt{8} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{15\pi}{8}$.

5.24.1. (прототип 26756) Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$.

5.24.2. (63129) Найдите значение выражения $\frac{23(\sin^2 25^\circ - \cos^2 25^\circ)}{\cos 50^\circ}$.

5.24.3. (63131) Найдите значение выражения $\frac{31(\sin^2 73^\circ - \cos^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ}$.

5.25.1. (прототип 245171) Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.

5.25.2. (282607) Найдите значение выражения $\sqrt{108} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \sqrt{27}$.

5.25.3. (282685) Найдите значение выражения $\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18}$.

5.26.1. (прототип 245172) Найдите значение выражения $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

5.26.2. (282687) Найдите значение выражения $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

5.26.3. (282763) Найдите значение выражения $\sqrt{2} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}.$$

5.27.2. (64555) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \cos(-3\pi - \beta) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{3 \cos(\beta + \pi)}.$$

5.27.3. (64609) Найдите значение выражения

$$\frac{\cos(2\pi - \beta) - 3 \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{2 \cos(\beta - 3\pi)}.$$

5.28.1. (прототип 26782) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}.$$

5.28.2. (64625) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) - \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{5 \sin(\alpha - \pi)}.$$

5.28.3. (64691) Найдите значение выражения

$$\frac{3 \sin(\alpha + 2\pi) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2 \sin(\alpha + 3\pi)}.$$

5.29.1. (прототип 26778) Найдите $5 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.29.2. (64387) Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.29.3. (64411) Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

Выражения с переменными

5.27.1. (прототип 26781) Найдите значение выражения

5.30.1. (прототип 26777) Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.30.2. (64347) Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.30.3. (64381) Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0; 0,5\pi)$.

5.31.1. (прототип 26775) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.31.2. (64231) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.31.3. (64271) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{10}{\sqrt{101}}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.32.1. (прототип 26776) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

5.32.2. (64285) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.32.3. (64341) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.33.1. (прототип 26784) Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin\alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

5.33.2. (64777) Найдите $3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = -0,28$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.33.3. (64891) Найдите $-5\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = -0,8$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.34.1. (прототип 26785) Найдите $26\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5.34.2. (64907) Найдите $-10\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{24}{25}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.34.3. (65021) Найдите $-13\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.35.1. (прототип 26786) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$

5.35.2. (65055) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 1,25$.

5.35.3. (65151) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

5.36.1. (прототип 26780) Найдите $\frac{10\sin 6\alpha}{3\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$

5.36.2. (64497) Найдите $\frac{3\sin 6\alpha}{5\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = -0,4$.

5.36.3. (64553) Найдите $\frac{2\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$, если $\sin 2\alpha = -0,7$.

5.37.1. (прототип 26779) Найдите $24\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,2$

5.37.2. (64423) Найдите $-16\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,4$.

5.37.3. (64453) Найдите $-6 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$.

5.38.1. (прототип 26794) Найдите $9 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

5.38.2. (65571) Найдите $98 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{7}$.

5.38.3. (65599) Найдите $70 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

5.39.1. (прототип 316350) Найдите $-47 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,4$.

5.39.2. (316353) Найдите $36 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$.

5.39.3. (316449) Найдите $-44 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,1$.

5.40.1. (прототип 26793) Найдите значение выражения

$5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,25$

5.40.2. (65489) Найдите значение выражения $7 \sin(\alpha + 2\pi) + 3 \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$.

5.40.3. (65551) Найдите значение выражения $3 \sin(\alpha + \pi) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,3$.

5.41.1. (прототип 26792) Найдите значение выражения $7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$, если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$

5.41.2. (65437) Найдите значение выражения $2 \cos(-\pi + \beta) + 5 \sin\left(\frac{-3\pi}{2} + \beta\right)$, если $\cos \beta = -\frac{2}{3}$.

5.41.3. (65481) Найдите значение выражения $3 \cos(\pi + \beta) + 2 \sin\left(\frac{-\pi}{2} + \beta\right)$, если $\cos \beta = -\frac{3}{5}$.

5.42.1. (прототип 26783) Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 7$.

5.42.2. (64697) Найдите значение выражения $2 \operatorname{tg}(-4\pi + \gamma) - 3 \operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 0,2$.

5.42.3. (64761) Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg}(-3\pi + \gamma) + 3 \operatorname{tg} \gamma$, если $\operatorname{tg} \gamma = 0,3$.

5.43.1. (прототип 26787) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6$.

5.43.2. (65179) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $3 \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \alpha = 7$.

5.43.3. (65211) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $6 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 14$.

5.44.1. (прототип 26788) Найдите $\frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

5.44.2. (65235) Найдите $\frac{4 \cos \alpha - 5 \sin \alpha}{4 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 4$.

5.44.3. (65263) Найдите $\frac{6 \cos \alpha - 3 \sin \alpha}{5 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

5.45.1. (прототип 26789) Найдите $\frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

5.45.2. (65275) Найдите $\frac{2 \cos \alpha + 8 \sin \alpha + 6}{4 \sin \alpha + \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -0,25$.

5.45.3. (65311) Найдите $\frac{6 \cos \alpha - 15 \sin \alpha + 16}{5 \sin \alpha - 2 \cos \alpha + 4}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

5.46.1. (прототип 26790) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{7\sin\alpha + 13\cos\alpha}{5\sin\alpha - 17\cos\alpha} = 3$

5.46.2. (65357) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{8\sin\alpha + 4\cos\alpha}{3\sin\alpha - 8\cos\alpha} = -4$.

5.46.3. (65363) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{7\sin\alpha - 2\cos\alpha}{4\sin\alpha - 9\cos\alpha} = 2$.

5.47.1. (прототип 26791) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{3\sin\alpha - 5\cos\alpha + 2}{\sin\alpha + 3\cos\alpha + 6} = \frac{1}{3}$

5.47.2. (65367) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{2\sin\alpha + 5\cos\alpha - 2}{4\sin\alpha + 5\cos\alpha - 8} = \frac{1}{4}$.

5.47.3. (65411) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\frac{4\sin\alpha + 3\cos\alpha + 2}{4\sin\alpha + 5\cos\alpha + 3} = \frac{2}{3}$.

6. Дополнительные задачи

1. Найдите значение выражения $456 \cdot 79 - 79 \cdot 556$.

2. Вычислите:

$$\frac{\frac{2\frac{3}{4}}{4} : 1,1 + 3\frac{1}{3}}{2,5 - 0,4 \cdot 3\frac{1}{3}} : \frac{5}{7} - \frac{\left(2\frac{1}{6} + 4,5\right) \cdot 0,375}{2,75 - 1\frac{1}{2}}.$$

3. Вычислите:

$$\frac{\left(13,75 + 9\frac{1}{6}\right) \cdot 1,2}{\left(10,3 - 8\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9}} + \frac{\left(6,8 - 3\frac{3}{5}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{\left(3\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}.$$

4. Найдите значение выражения $\frac{3a+4b}{2a+b}$,

если $\frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}$.

5. Вычислите:

а) $|-8| - |-5|$; **б)** $|0,1| \cdot |-10|$; **в)** $\left|-2\frac{5}{8}\right| : \left|\frac{7}{16}\right|$;

г) $|\sqrt{10} - 3|$; **д)** $|\sqrt{7} - 3|$; **е)** $|\pi - 3|$; **ж)** $|e - 3|$.

6. Упростите выражения:

а) $|x - 2| + 7 - x$ при $x \geq 2$;

б) $4 - |3 - 2x|$ при $x \leq 1,5$.

7. Вычислите:

а)

$$64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{-\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4;$$

б)

$$3^{-4} \cdot 27^{\frac{2}{3}} \cdot 9 - 27^{-\frac{1}{3}} + (8^0)^3 \cdot 2 + (0,125)^{-\frac{2}{3}};$$

в) $(0,0016)^{-\frac{3}{4}} + (0,04)^{-\frac{1}{2}} - (0,216)^{-\frac{2}{3}}$.

8. Вычислите:

а) $\left((0,48)^0 + \left(1\frac{9}{16}\right)^{\frac{3}{2}} : 0,8^{-4} \right) \cdot 0,81^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\left(0,49^{-1,5} : \left(1\frac{3}{7}\right)^4 + 0,64^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot 3\frac{1}{13}$.

9. Вычислите:

а) $\frac{6^6 \cdot 5^2}{15^3 \cdot 2^4}$; **б)** $\frac{12^5}{2^{10} \cdot 81}$.

10. Вычислите:

а) $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$; **б)** $\frac{2^7 \cdot 3^5 + 2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}$.

11. Вычислите:

а) $6^2 + 8^2$; **б)** $(6+8)^2$; **в)** $10^2 - 3^2$;

г) $(10-3)^2$.

12. Вычислите:

а) $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 13 + 13^2$;

б) $87^2 - 2 \cdot 87 \cdot 67 + 67^2$.

13. Вычислите:

а) 41^2 ; **б)** 39^2 .

14. Вычислите:

а) $42 \cdot 58$; **б)** $62 \cdot 58$.

15. Вычислите:

а) $\frac{71^3 + 49^3}{120} - 71 \cdot 49$;

б) $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$.

16. Вычислите:

а) 31^3 ; **б)** 19^3 .

17. Вычислите: $\frac{5 + 11 \cdot 5^{-2} - 3}{1 + 2 \cdot 8^{-1} - 19 \cdot 8^{-2}}$.

18. Найдите значение выражения

а) $\frac{y^{0,5}}{y^{0,5} + 4} + \frac{4y^{0,5}}{y - 16}$ при $y = 18$;

6) $\frac{x^{\frac{3}{4}} - 25x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{4}}}$ при $x = 16$;

в) $\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4}} + \frac{\frac{1}{x^4}y^4 - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4}}$, если $x = 81$,
 $y = 16$.

19. Найдите значение выражения

а) $\frac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}}$ при $x = 2$;

б) $\frac{81-t^{-1}}{9+t^{-0.5}} - 8t^{0.5}$ при $t = 16$.

20. Найдите значение:

а) $\sqrt{529}$; б) $\sqrt{784}$; в) $\sqrt{5929}$; г) $\sqrt{2304}$;

д) $\sqrt{54756}$; е) $\sqrt{12996}$; ж) $\sqrt{760384}$;

з) $\sqrt{126736}$.

21. Найдите значение:

а) $\sqrt{4225}$; б) $\sqrt{1225}$; в) $\sqrt{90,25}$;

г) $\sqrt{0,0625}$.

22. Найдите значение:

а) $\sqrt{17^2 - 8^2}$; б) $\sqrt{313^2 - 312^2}$;

в) $\sqrt{65^2 - 63^2}$; г) $\sqrt{89^2 - 39^2}$.

д) $\frac{\sqrt{392^2 - 388^2}}{\sqrt{195}}$.

23. Найдите значение:

а) $\sqrt[3]{216}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[3]{2 \frac{10}{27}}$;

г) $\frac{\sqrt{128} \cdot \sqrt[5]{32}}{\sqrt{81} \cdot \sqrt[3]{64}}$; д) $\sqrt{5 \frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{4}{9}}$;

е) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt{0,25}}{2,5}$; ж) $\left(\sqrt[3]{\frac{125}{8}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \right)^{\frac{2}{3}}$;

з) $\sqrt{\left(6 \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(2 \frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$.

24. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{125 \cdot 0,027}$; б) $\sqrt[3]{0,008 \cdot 27}$;

в) $\sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{48}$; г) $\sqrt[4]{48 \cdot 27}$; д) $\sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09}$;

е) $\sqrt[4]{27 \cdot 16} \cdot \sqrt[4]{3}$; ж) $-\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$;

3) $\frac{\sqrt[3]{375} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{81}}$; и) $\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{125}}$; к) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{189}}$;

л) $\frac{\sqrt[3]{250}}{4 \cdot \sqrt[3]{2}}$; м) $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$;

н) $\sqrt[3]{42} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{21}}$.

25. Упростите выражение $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{225}}$

1) $5^{\frac{11}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$; 2) $5^{\frac{1}{12}} \cdot 3$; 3) $5^{-\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$;

4) $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$.

26. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$; б) $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{2}} \right)^2$.

27. Вычислите:

а) $(3\sqrt{5})^2$; б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2$; в) $(2 \cdot \sqrt[3]{3})^6$.

28. Упростите выражение:

а) $\sqrt{2^4}$; б) $\sqrt{10^8}$; в) $\sqrt[4]{3^2}$; г) $\sqrt[6]{5^3}$.

29. Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{(-3)^3 \cdot 2^6}$; б) $\sqrt[3]{24 \cdot \sqrt{3} \cdot 3^{7,5}}$;

в) $\sqrt[6]{3^7 \cdot 4^5} \cdot \sqrt[6]{3^5 \cdot 4}$; г) $\sqrt[6]{2^4 \cdot 3^3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^{7,5}}$;

д) $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

30. Вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt{8}$; б) $\sqrt[4]{48}$; в) $\sqrt[3]{-3000}$.

31. Внесите множитель под знак корня:

а) $3\sqrt{3}$; б) $-2 \cdot \sqrt[3]{4}$; в) $-3 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{9}}$.

32. Упростите:

а) $2\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$;

б) $(8\sqrt{27} - \sqrt[3]{32}) - (\sqrt[3]{108} + 6\sqrt{48})$;

в) $\frac{\sqrt{22} - \sqrt{2}}{\sqrt{11} - 11} \cdot \sqrt{11}$; г) $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$;

д) $\sqrt[3]{81} - \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$;

е) $(7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$.

ж) $(\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3}$.

з) $\frac{2\sqrt{7} + \sqrt{63} - \sqrt{175}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

и) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80}}{\sqrt{5}}$.

33. Упростите:

а) $5\sqrt{7} - 2 + 3\sqrt{7} - \sqrt[3]{2} + 5 - 6\sqrt[3]{2}$;

б) $(3\sqrt{5} - 2)(2 + \sqrt{5})$.

34. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; **б)** $\frac{4}{\sqrt[3]{7}}$; **в)** $\frac{4}{5 + \sqrt{13}}$; **г)** $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

35. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

36. Вычислите:

а) $(7^{\sqrt{38}-6})^{\sqrt{38}+6}$.

б) $2^{2-\sqrt{10}} \cdot 2^{2+\sqrt{10}}$.

в) $\left(3^{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$.

37. Вычислите:

а) $\sqrt{(4 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2}$;

б) $\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{(\sqrt{7} - 4)^2}$;

38. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{5 - \sqrt{26}} \cdot \sqrt[3]{5 + \sqrt{26}}$;

б) $\sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}$;

в) $\sqrt[3]{8 + 2\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{7} - 8} \cdot \sqrt[3]{48}$;

г) $\sqrt[6]{4 - 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4}$; **д)** $\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10}}{\sqrt[4]{4 - 2\sqrt{3}}}$;

е) $\left(\sqrt{6 - \sqrt{11}} + \sqrt{6 + \sqrt{11}}\right)^2$;

ж) $\left(7,3 \cdot \sqrt[3]{49\sqrt{7}} - 0,3 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt[3]{49}}\right)^{\frac{6}{11}}$.

з) $\left(127\sqrt{2^4\sqrt{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}}\right)^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$.

39. Вычислите

а) $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{10 - \sqrt{96}} - \sqrt{10 + \sqrt{96}}$;

в) $\sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 - \sqrt{24}}$;

г) $\sqrt[4]{(37 - 20\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{3}$.

40. Вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt[4]{8a^{16}}$; **б)** $\sqrt[3]{9c^{18}}$.

41. Внесите множитель под знак корня:

а) $3 \cdot \sqrt[4]{c}$; **б)** $2 \cdot \sqrt[8]{q^3}$; **в)** $p^4 \cdot \sqrt[7]{3}$; **г)** $t^2 \cdot \sqrt[9]{5}$.

42. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{(2x-3)^4} + 2\sqrt{(x+2,5)^2}$, если $-2,1 \leq x \leq 1,2$;

б) $\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$ при $x < -2013$.

в) $\sqrt{9 - 6 \cdot 4^x + 16^x} - 4^x - 0,5$, если $3^x = 7$.

43. Вычислите

а) $\log_4 \log_2 \log_3 81$; **б)** $\log_{\frac{1}{3}}^2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$.

44. Вычислите десятичный логарифм:

а) $\lg 10$; **б)** $\lg 100$; **в)** $\lg 1$; **г)** $\lg 0,1$;

д) $\lg 0,01$; **е)** $\lg \sqrt{10}$; **ж)** $\lg \frac{1}{\sqrt{10}}$; **з)** $\lg 10^5$;

и) $\lg 10^{-3}$; **к)** $\lg 10^m$.

45. Вычислите натуральный логарифм:

а) $\ln e$; **б)** $\ln \frac{1}{e}$; **в)** $\ln 1$; **г)** $\ln e^7$; **д)** $\ln \sqrt[3]{e}$.

46. Вычислите:

а) $\log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} + 2\sqrt{30}) + \log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} - 2\sqrt{30})$;

б) $\log_6(\sqrt{7} - 1) + 0,5 \log_6(8 + 2\sqrt{7})$.

в) $\left((4 - \log_2^2 3) \cdot \log_{12} 2 + \log_2 3\right) \cdot 5^{\log_5 13}$;

г) $0,9 \left(\frac{\log_9 162}{\log_2 9} - \frac{\log_9 18}{\log_{18} 9} \right)$;

д) $\frac{\log_2 40}{\lg 2} - \frac{\log_2 5}{\log_{80} 2}$;

е) $\lg^2 32 + \frac{25 \lg 20}{2 \log_{25} 10}$;

ж) $\log_2(56\sqrt{2}) - (\log_2^2 7 + 1 - \log_2 49)^{0,5}$.

з) $3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$.

47. Найдите значение выражения:

а) $\arcsin 1$; **б)** $\arccos \frac{1}{2}$; **в)** $\arctg \frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$; **д)** $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$;

- е)** $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; **ж)** $\operatorname{arctg}(-1)$;
з) $\operatorname{arcctg}(-\sqrt{3})$; **и)** $\cos(2\operatorname{arctg}(-1))$;
к) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$; **л)** $\arccos\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right)$;
м) $\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}\right)$;
н) $\operatorname{tg}^2\left(5\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) - 0,25\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

48. Упростите выражение:

- а)** $5\sin^2\alpha - 4 + 5\cos^2\alpha$;
б) $-4\sin^2\alpha + 5 - 4\cos^2\alpha$;
в) $1 - \sin^2x + \cos^2x$;
г) $\frac{\cos^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

д) $(\cos x - \sin x)^2 + 2\sin x \cdot \cos x$;

49. Упростите выражение:

- а)** $1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$; **б)** $\frac{1}{1 + \cos\alpha} + \frac{1}{1 - \cos\alpha}$;
в) $\frac{\cos^2\alpha - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha}{2\sin\alpha}$;
г) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$;
д) $\sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta$;
е) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$;

ж) $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha + 3\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$.

50. Найдите значение выражения:

- а)** $3\sin^2x - 1$, если $\cos^2x = 0,5$;
б) $2 - \operatorname{tg}^2x \cdot \cos^2x$, если $\sin x = 0,2$;
в) $\sqrt{14}\cos\alpha$, если

$$\sin\alpha = -\sqrt{\frac{5}{14}}, \quad \pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2};$$

г) $\sqrt{21}\sin\alpha$, если

$$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{5}{21}}, \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi;$$

51. Упростите выражение:

- а)** $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; **б)** $\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)$;
в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$; **г)** $\operatorname{ctg}(\pi + 3\alpha)$;

- д)** $\cos(2\pi - \alpha)$; **е)** $\sin(2\pi + \alpha)$;
ж) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$; **з)** $\sin(180^\circ + \alpha)$;
и) $\sin(270^\circ - \alpha)$; **к)** $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$;
л) $\cos(\alpha - \pi)$; **м)** $\operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ)$;
н) $\operatorname{tg}(-\alpha + 270^\circ)$; **о)** $\sin^2(\pi + \alpha)$;
п) $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$; **п)** $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$.

52. Упростите выражение:

- а)** $\sin^2(180^\circ - x) + \sin^2(270^\circ - x)$;
б) $\sin(\pi - x)\cos(x - 0,5\pi) - \sin(x + 0,5\pi)\cos(\pi - x)$;
в) $\frac{\cos(-\alpha)\cos(180^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha)\sin(1,5\pi + \alpha)}$.

53. Найдите значение выражения:

- а)** $5\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha)$, если $\sin\alpha = -0,8$;
б) $3\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi - \alpha)$, если $\cos\alpha = 0,5$;
в) $3\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos(\pi + \alpha)$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$;
г) $2\sqrt{5}\operatorname{ctg}\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$;
д) $\frac{3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2\cos(\pi - \alpha)}$, если $\alpha = \frac{7\pi}{4}$.

54. Упростите выражение:

- а)** $\sin 3,5\alpha \cdot \sin 2,5\alpha + \cos\alpha - \cos 3,5\alpha \cdot \cos 2,5\alpha$;

- б)** $\sin 5\alpha \cdot \cos 4\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos 5\alpha \cdot \sin 4\alpha$.

55. Найдите значение выражения:

- а)** $\sqrt{19} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$, если $\cos x = \frac{4}{\sqrt{19}}$, $\pi \leq x \leq 2\pi$.

6) $\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$, если

$$\cos x = -\frac{3}{5}, \pi \leq x \leq 2\pi.$$

56. Упростите выражение:

a) $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} - \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha}$;

б) $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \cdot \sin \beta}{2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$;

в) $\frac{\cos \alpha - \sqrt{2} \cos(45^\circ + \alpha)}{2 \sin(30^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \sin \alpha}$.

57. Найдите значение выражения:

a) $169 \sin 2x$, если

$$\cos x = -\frac{5}{13}, -\pi < x < 0.$$

б) $26 \sin 2x$, если

$$\sin x = -\frac{2}{\sqrt{13}}, -\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2}.$$

58. Упростите выражение:

a) $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$;

б) $\frac{1 + \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$; в) $\cos^4 x - \sin^4 x$;

г) $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$.

59. Упростите выражение:

a) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$;

б) $2 \sin^2 \frac{x}{2} + \cos x$;

в) $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)}$.

60. Найдите значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$,

если известно, что $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{41}$ и $0 < \alpha < \pi$.

Решения задач-прототипов

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. Решение. $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9} = \frac{40}{9} \cdot \frac{9}{4} = 10$

Ответ: 10.

1.2.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6} = \left(\frac{18}{7} - \frac{12}{10}\right) \cdot \frac{35}{6} = \\ & = \left(\frac{18}{7} - \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{35}{6} = \frac{18 \cdot 5 - 6 \cdot 7}{7 \cdot 5} \cdot \frac{35}{6} = \\ & = \frac{48}{35} \cdot \frac{35}{6} = 8. \end{aligned}$$

Ответ: 8.

1.3.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8 = \left(\frac{6}{8} + \frac{19}{8}\right) \cdot 25\frac{4}{5} = \\ & = \frac{25}{8} \cdot \frac{129}{5} = \frac{5 \cdot 129}{8} = 80\frac{5}{8} = 80,625. \end{aligned}$$

Ответ: 80,625.

1.4.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70} = \left(\frac{18}{7} - \frac{5}{2}\right) \cdot 70 = \\ & = \frac{18 \cdot 2 - 5 \cdot 7}{7 \cdot 2} \cdot 70 = \frac{70}{14} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

1.5.1. Решение.

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457} = \frac{1,23 \cdot 0,457 \cdot 100}{1,23 \cdot 10 \cdot 0,457} = 10.$$

Ответ: 10.

Выражения с переменными

1.6.1. Решение.

$$(9axy - (-7xya)) : 4yax = \frac{16xya}{4xya} = 4.$$

Ответ: 4.

1.7.1. Решение. Если $\frac{a}{b} = 3$, то

$a = 3b$, $b \neq 0$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{a+9b+16}{a+3b+8} &= \frac{3b+9b+16}{3b+3b+8} = \frac{12b+16}{6b+8} = \\ &= \frac{2(6b+8)}{6b+8} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

1.8.1. Решение. Если $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$, то $2a+5b = 5a+2b$, $5a+2b \neq 0$ или $3a = 3b$ или $a = b$. Тогда $\frac{a}{b} = 1$.

Ответ: 1.

1.9.1. Решение. Если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$, то $2a-7b+5 = 63a-18b+45$ или $61a-11b = -40$.

Тогда $61a-11b+50 = -40+50 = 10$.

Ответ: 10.

1.10.1. Решение. 1-ый способ. Из первого равенства выразим переменную y : $y = 5 - 4x$. Из второго равенства выразим переменную z : $z = \frac{7-y}{12} = \frac{7-(5-4x)}{12} = \frac{2+4x}{12} = \frac{1+2x}{6}$. Теперь подставим полученные выражения в исходное выражение

$$\begin{aligned} 2x+y+6z &= 2x+(5-4x)+6 \cdot \frac{1+2x}{6} = \\ &= 5-2x+1+2x = 6. \end{aligned}$$

2-ой способ. Складывая левые и правые части равенств $4x+y=5$ и $12z+y=7$, получим $4x+2y+12z=12$. Разделим обе части последнего равенства на 2: $2x+y+6z=6$.

Ответ: 6.

1.11.1. Решение. Так как $p(a) = 2a-3$, то имеем

$$\begin{aligned} 3p(a)-6a+7 &= 3 \cdot (2a-3)-6a+7 = \\ &= 6a-9-6a+7 = -2. \end{aligned}$$

Ответ: -2.

1.12.1. Решение. Так как $p(x) = 2x+1$, то имеем

$$\begin{aligned} p(x-7)+p(13-x) &= \\ &= 2(x-7)+1+2(13-x)+1 = \\ &= 2x-14+1+26-2x+1 = 14. \end{aligned}$$

Ответ: 14.

1.13.1. Решение. Так как $q(b) = 3b$, то имеем

$$\begin{aligned} q(b-2) - q(b+2) &= 3(b-2) - 3(b+2) = \\ &= 3b - 6 - 3b - 6 = -12. \end{aligned}$$

Ответ: -12.

1.14.1. Решение. Так как $p(x) = x - 3$, то имеем

$$\begin{aligned} 2p(x-7) - p(2x) &= \\ &= 2((x-7)-3) - (2x-3) = \\ &= 2x - 20 - 2x + 3 = -17. \end{aligned}$$

Ответ: -17.

1.15.1. Решение. Так как $p(x) = x - 10$, то имеем

$$\begin{aligned} 5(p(2x) - 2p(x+5)) &= \\ &= 5((2x-10) - 2((x+5)-10)) = \\ &= 5(2x-10 - 2x+10) = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

1.16.1. Решение. При $x \neq 3$ имеем

$$\begin{aligned} p(x) + p(6-x) &= \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)(6-(6-x))}{(6-x)-3} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)x}{3-x} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} - \frac{(6-x)x}{x-3} = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

1.17.1. Решение. При $b \neq 0$ имеем

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)} = \frac{\left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{b} + 3b\right)\left(\frac{3}{b} + b\right)} = 1.$$

Ответ: 1.

2. Действия со степенями

Числовые выражения

2.1.1. Решение. Используя формулу разности квадратов, имеем

$$\begin{aligned} (432^2 - 568^2) : 1000 &= \\ &= \frac{(432 - 568)(432 + 568)}{1000} = \\ &= \frac{-136 \cdot 1000}{1000} = -136. \end{aligned}$$

Ответ: -136.

2.2.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (5^{12})^3 : 5^{37} &= 5^{12 \cdot 3} : 5^{37} = 5^{36} : 5^{37} = \\ &= 5^{36-37} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2. \end{aligned}$$

Ответ: 0,2.

2.3.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 5^{0,36} \cdot 25^{0,32} &= 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36} \cdot 5^{2 \cdot 0,32} = \\ &= 5^{0,36} \cdot 5^{0,64} = 5^{0,36+0,64} = 5^1 = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.4.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{2 \cdot 5}{18}} = \\ &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7^{\frac{4+5}{9}} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

2.5.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (49^6)^3 : (7^7)^5 &= 49^{18} : 7^{35} = (7^2)^{18} : 7^{35} = \\ &= 7^{36} : 7^{35} = 7^{36-35} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

2.6.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} &= \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{2 \cdot 2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = \\ &= 3^{6,5-4,5} = 3^2 = 9. \end{aligned}$$

Ответ: 9.

2.7.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{49^{5,2}}{7^{8,4}} &= \frac{(7^2)^{5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{2 \cdot 5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{10,4}}{7^{8,4}} = \\ &= 7^{10,4-8,4} = 7^2 = 49. \end{aligned}$$

Ответ: 49.

2.8.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3}\right)^{15}}{10^9} &= \frac{\frac{2}{5}^{15} \cdot \frac{5}{3}^{15}}{10^9} = \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{(2 \cdot 5)^9} = \\ &= \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8} = 0,625. \end{aligned}$$

Ответ: 0,625.

2.9.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{(2 \cdot 3)^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

2.10.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$4^8 \cdot 11^{10} : 44^8 = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{(4 \cdot 11)^8} = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{4^8 \cdot 11^8} = 11^2 = 121.$$

Ответ: 121.

2.11.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7} &= \frac{7^{-4,7} \cdot 5^{-4,7} \cdot 7^{5,7}}{5^{-3,7}} = \\ &= 7 \cdot 5^{-1} = \frac{7}{5} = 1,4. \end{aligned}$$

Ответ: 1,4.

Выражения с переменными

2.12.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a - 1)}{a(11a - 1)} = 11.$$

Ответ: 11.

2.13.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} \frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x &= \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} - 3x = \\ &= 3x - 2 - 3x = -2. \end{aligned}$$

Ответ: -2.

2.14.1. Решение. Упростим выражение:

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 = 4x^2 - 25 - 4x^2 = -25.$$

Ответ: -25.

2.15.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 &= \\ &= 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147. \end{aligned}$$

При $x = 80$ выражение примет значение $6 \cdot 80 - 147 = 480 - 147 = 333$.

Ответ: 333.

2.16.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy &= \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2)}{2xy} = \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.17.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy &= \\ &= \frac{9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{12xy}{6xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.18.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy &= \\ &= ((4x - 3y) - (4x + 3y)) \times \\ &\quad \times ((4x - 3y) + (4x + 3y)) : 4xy = \\ &= \frac{(4x - 3y - 4x - 3y) \cdot (4x - 3y + 4x + 3y)}{4xy} = \end{aligned}$$

$$= \frac{-6y \cdot 8x}{4xy} = -12.$$

Ответ: -12.

2.19.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a-3} - \frac{1}{2a+3} \right) &= \\ &= \frac{4a^2 - 9}{2a - 3} - \frac{4a^2 - 9}{2a + 3} = \\ &= \frac{(2a-3)(2a+3)}{2a-3} - \frac{(2a-3)(2a+3)}{2a+3} = \\ &= 2a + 3 - 2a + 3 = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

2.20.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (9b^2 - 49) \cdot \left(\frac{1}{3b-7} - \frac{1}{3b+7} \right) + b - 13 &= \\ &= \frac{9b^2 - 49}{3b - 7} - \frac{9b^2 - 49}{3b + 7} + b - 13 = \\ &= \frac{(3b-7)(3b+7)}{3b-7} - \frac{(3b-7)(3b+7)}{3b+7} + b - 13 = \\ &= 3b + 7 - 3b + 7 + b - 13 = b + 1. \end{aligned}$$

При $b = 345$ выражение примет значение $345 + 1 = 346$.

Ответ: 346.

2.21.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} a(36a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) &= \\ = a \left(\frac{36a^2 - 25}{6a+5} - \frac{36a^2 - 25}{6a-5} \right) &= \\ = a \left(\frac{(6a-5)(6a+5)}{6a+5} - \frac{(6a-5)(6a+5)}{6a-5} \right) &= \\ = a(6a-5 - 6a-5) &= -10a. \end{aligned}$$

При $a = 36,7$ выражение примет значение $-10 \cdot 36,7 = -367$.

Ответ: -367.

2.22.1. Решение. Так как $g(x) = 8^x$, то

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)} = \frac{8^{x-9}}{8^{x-11}} = 8^{(x-9)-(x-11)} = 8^2 = 64.$$

Ответ: 64.

2.23.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4} = \frac{3^3 \cdot x^3 \cdot x^{-9}}{2x^4 \cdot x^{-10}} = \frac{27x^{-6}}{2x^{-6}} = 13,5.$$

Ответ: 13,5.

2.24.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(7x^3)^2 : (7x^6) = \frac{7^2 \cdot x^6}{7x^6} = 7.$$

Ответ: 7.

2.25.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4a)^3 : a^7 \cdot a^4 = \frac{4^3 \cdot a^3 \cdot a^4}{a^7} = \frac{64a^7}{a^7} = 64.$$

Ответ: 64.

2.26.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2 = \frac{18x^7 \cdot x^{13}}{3^2 \cdot (x^{10})^2} = \frac{18x^{20}}{9x^{20}} = 2.$$

Ответ: 2.

2.27.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} ((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12} &= \frac{2^4 \cdot (x^3)^4 - (x^2)^6}{3x^{12}} = \\ &= \frac{16x^{12} - x^{12}}{3x^{12}} = \frac{15x^{12}}{3x^{12}} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.28.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2} &= \frac{7m^{30} + 11m^{30}}{9m^{30}} = \\ &= \frac{18m^{30}}{9m^{30}} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.29.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{12} \cdot n^{\frac{1}{4}}}}{\frac{1}{n^{12} \cdot n^4}} = 6n^{\frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4}} = 6n^{\frac{4-1-3}{12}} = 6n^0 = 6 \cdot 1 = 6.$$

Ответ: 6.

2.30.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} &= \frac{5^3 \cdot (a^2)^3 \cdot 6^2 \cdot b^2}{30^2 \cdot (a^3)^2 \cdot b^2} = \\ &= \frac{5 \cdot (5 \cdot 6)^2 \cdot a^6 \cdot b^2}{30^2 \cdot a^6 \cdot b^2} = \frac{5 \cdot 30^2}{30^2} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.31.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}} &= \frac{4^2 a^2 b^{-6}}{4^3 a^2 b^{-6}} = \\ &= \frac{1}{4} = 0,25. \end{aligned}$$

Ответ: 0,25.

2.32.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68} = a^{0,65+0,67+0,68} = a^2.$$

При $a = 11$ выражение примет значение $11^2 = 121$.

Ответ: 121.

2.33.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} = a^{7,4-8,4} = a^{-1}.$$

При $a = 0,4$ выражение примет значение

$$0,4^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

2.34.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{3,21+7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{10,57}}{a^{8,57}} = a^{10,57-8,57} = a^2.$$

При $a = 12$ выражение примет значение $12^2 = 144$.

Ответ: 144.

2.35.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{2,11+2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{4,33}} = a^{3,33-4,33} = a^{-1}.$$

При $a = \frac{2}{7}$ выражение примет значение

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5.

2.36.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0} = \frac{x^{7-5}}{1} = x^2.$$

При $x = 4$ выражение примет значение $4^2 = 16$.

Ответ: 16.

2.37.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^5 : b^9 \cdot b^6 = b^{5-9+6} = b^2.$$

При $b = 0,01$ выражение примет значение $0,01^2 = 0,0001$.

Ответ: 0,0001.

2.38.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(2a^3)^4 : (2a^{11}) = \frac{2^4 \cdot (a^3)^4}{2a^{11}} = \frac{2^3 a^{12}}{a^{11}} = 8a.$$

При $a = 11$ выражение примет значение $8 \cdot 11 = 88$.

Ответ: 88.

2.39.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4b)^3 : b^9 \cdot b^5 = \frac{4^3 \cdot b^3 \cdot b^5}{b^9} = \frac{64b^8}{b^9} = \frac{64}{b}.$$

При $b = 128$ выражение примет значение $\frac{64}{128} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

2.40.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2 = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{10} \cdot 2} = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{5}} = b^{\frac{1+9}{5}} = b^2.$$

При $b = 7$ выражение примет значение $7^2 = 49$.

Ответ: 49.

2.41.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1+1}{12+4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{3}}} = n^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = n^{\frac{1}{2}}.$$

При $n = 64$ выражение примет значение $64^{\frac{1}{2}} = 8$.

Ответ: 8.

2.42.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot (3^2)^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot 3^{-2x} = x \cdot 3^{2x+1-2x} = 3x.$$

При $x = 5$ выражение примет значение $3 \cdot 5 = 15$.

Ответ: 15.

2.43.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4 = \frac{6x \cdot 3^3 \cdot (x^{12})^3}{3^4 \cdot (x^9)^4} = \frac{2 \cdot 3^4 \cdot x^{37}}{3^4 \cdot x^{36}} = 2x.$$

При $x = 75$ выражение примет значение $2 \cdot 75 = 150$.

Ответ: 150.

2.44.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$7^{2x-1} : 49^x : x = \frac{7^{2x-1}}{(7^2)^x \cdot x} = \frac{7^{2x-1}}{7^{2x} \cdot x} = \frac{1}{7x}.$$

При $x = \frac{1}{14}$ выражение примет значение

$$\frac{1}{7 \cdot \frac{1}{14}} = \frac{14}{7} = 2.$$

Ответ: 2.

2.45.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6) = \frac{11a^6b^3 - 27a^6b^3}{4a^6b^6} = \frac{-16a^6b^3}{4a^6b^6} = -\frac{4}{b^3}.$$

При $b = 2$ выражение примет значение $-\frac{4}{2^3} = -\frac{4}{8} = -0,5$.

Ответ: -0,5.

3. Действия с арифметическими корнями

Числовые выражения

3.1.1. Решение.

$$\sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{(65-56)(65+56)} = \\ = \sqrt{9 \cdot 121} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{121} = 3 \cdot 11 = 33.$$

Ответ: 33.

3.2.1. Решение.

$$(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15} = (\sqrt{15} - \sqrt{4 \cdot 15}) \cdot \sqrt{15} = \\ = (\sqrt{15} - 2\sqrt{15}) \cdot \sqrt{15} = -\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = \\ = -(\sqrt{15})^2 = -15.$$

3.3.1. Решение.

$$(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}) = (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{7})^2 = \\ = 13 - 7 = 6.$$

Ответ: 6.

3.4.1. Решение.

$$\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \frac{(\sqrt{13})^2 + 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \\ = \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2.$$

Ответ: 2.

3.5.1. Решение.

$$\frac{(\sqrt{15} - \sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{15})^2 - 2 \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{3 - \sqrt{5}} = \\ = \frac{18 - 6\sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{6(3 - \sqrt{5})}{3 - \sqrt{5}} = 6.$$

Ответ: 6.

3.6.1. Решение.

Согласно свойствам арифметического корня,

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \frac{\sqrt{2,8 \cdot 4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \\ = \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 6}} = \sqrt{7^2} = 7.$$

Ответ: 7.

3.7.1. Решение.

Согласно свойствам арифметического корня,

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \frac{\sqrt[5]{10 \cdot 16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$$

Ответ: 2.

3.8.1. Решение.

$$\left(\sqrt{3 \frac{6}{7}} - \sqrt{1 \frac{5}{7}} \right) \cdot \sqrt{\frac{3}{28}} = \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \right) \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ = \sqrt{\frac{27}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ = \sqrt{\frac{27 \cdot 28}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 28}{7 \cdot 3}} = \sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2.$$

Ответ: 2.

3.9.1. Решение.

$$3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}} = 3^{\sqrt{5}+10-5-\sqrt{5}} = 3^5 = 243.$$

Ответ: 243.

3.10.1. Решение.

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = \frac{5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = \frac{5^{2\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = 5.$$

Ответ: 5.

3.11.1. Решение.

$$\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}} = \frac{2^{1-\sqrt{10}}}{2^{-\sqrt{10}}} = 2.$$

Ответ: 2.

3.12.1. Решение.

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{(6 \cdot 7)^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{42^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = 42.$$

Ответ: 42.

3.13.1. Решение.

$$2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot (2^3)^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 2^{3-3\sqrt{7}} = \\ = 2^{3\sqrt{7}-1+3-3\sqrt{7}} = 2^2 = 4.$$

Ответ: 4.

3.14.1. Решение.

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{2^2 \cdot (\sqrt{7})^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2.$$

Ответ: 2.

3.15.1. Решение.

$$\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2 = \left(\frac{2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}} \right)^2 = \left(\frac{2^{\frac{7}{12}}}{2^{\frac{1}{12}}} \right)^2 = \\ = \left(2^{\frac{7}{12}-\frac{1}{12}} \right)^2 = \left(2^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 2^{\frac{1}{2}} = 2.$$

Ответ: 2.

3.16.1. Решение.

$$\begin{aligned} 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} &= 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 25^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= (0,8 \cdot 25)^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = 20^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= 20^{\frac{1+6}{7}} = 20. \end{aligned}$$

Ответ: 20.

3.17.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 5 \cdot 9^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot \sqrt[3]{9^2} \cdot \sqrt[6]{9} = 5 \cdot \sqrt[6]{9^2 \cdot 9} = \\ &= 5 \cdot \sqrt[6]{9^3} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

Ответ: 15.

3.18.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= 49^{\frac{1}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{6}} = 49^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= \sqrt[3]{49^2} \cdot \sqrt[6]{49} = \sqrt[6]{49^2 \cdot 49} = \\ &= \sqrt[6]{49^3} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

3.19.1. Решение. 1-ый способ.

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{9}} \cdot 7^{\frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1+1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1}{6}}}{7^{\frac{1}{6}}} = 1.$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} &= \frac{\sqrt[9]{7^2} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7^3}} = \\ &= \sqrt[18]{\frac{7^2 \cdot 7}{7^3}} = \sqrt[18]{1} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Выражения с переменными

3.20.1. Решение. При $a > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}} &= \frac{4^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^2 \cdot a^{0,5}} = \frac{(2^2)^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^{2+0,5}} = \\ &= \frac{2^5 \cdot a^{2,5}}{a^{2,5}} = 32. \end{aligned}$$

Ответ: 32.

3.21.1. Решение. При $b > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} &= \frac{9^{1,5} \cdot b^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} = \\ &= \frac{(\sqrt{3})^{1,5} \cdot b^{4,2}}{b^{4,2}} = 3^3 = 27. \end{aligned}$$

Ответ: 27.

3.22.1. Решение. При $b > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}} &= \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}}}{a^{2,6}} = \\ &= \frac{3a^2 \cdot a^{0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2+0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2,6}}{a^{2,6}} = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

3.23.1. Решение. При $a \neq 0$ имеем

$$\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4} = \frac{(7a^2)^{\frac{6}{3}}}{a^4} = \frac{7^2 \cdot (a^2)^2}{a^4} = \frac{49a^4}{a^4} = 49.$$

Ответ: 49.

3.24.1. Решение. 1-ый способ. При $m > 0$

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot m^{\frac{1}{9}} \cdot m^{\frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \frac{12m^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \\ &= \frac{12m^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{6}}} = 12. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m^2} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m^3}} = \\ &= 12 \cdot \sqrt[18]{\frac{m^2 \cdot m}{m^3}} = 12 \cdot \sqrt[18]{1} = 12 \cdot 1 = 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

3.25.1. Решение. 1-ый способ. При $b > 0$

$$\frac{\sqrt{81\sqrt{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{\left(81 \cdot b^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{(9^2)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{9b^{\frac{1}{14}}}{b^{\frac{1}{14}}} = 9.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt{81\sqrt{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9\sqrt{\sqrt{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^{2,7}\sqrt{b}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^{14}\sqrt{b}}{\sqrt[14]{b}} = 9.$$

Ответ: 9.

3.26.1. Решение. 1-ый способ. При $m > 0$

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{9}}}{\left(16m^{\frac{1}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{18}}}{16^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{18}}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\sqrt[9]{m}}{4\sqrt[9]{\sqrt{m}}} = \frac{\sqrt[9]{m}}{\sqrt[9]{4^2m}} = \frac{\sqrt[9]{m}}{\sqrt[18]{m}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

3.27.1. Решение. При $a > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{15\sqrt[5]{28\sqrt{a}} - 7\sqrt[7]{20\sqrt{a}}}{2\sqrt[35]{4\sqrt{a}}} &= \frac{15 \cdot \sqrt[5]{28a} - 7 \cdot \sqrt[7]{20a}}{2 \cdot \sqrt[35]{4a}} = \\ &= \frac{15 \cdot \sqrt[140]{a} - 7 \cdot \sqrt[140]{a}}{2 \cdot \sqrt[140]{a}} = \frac{8 \cdot \sqrt[140]{a}}{2 \cdot \sqrt[140]{a}} = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

3.28.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} = \frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{b^{3\sqrt{2}}} = b^2.$$

При $b = 6$ выражение примет значение $6^2 = 36$.

Ответ: 36.

3.29.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^6}{b^4} = b^2.$$

При $b = 5$ выражение примет значение $5^2 = 25$.

Ответ: 25.

3.30.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m \cdot \sqrt[18]{m}}} &= \frac{\sqrt[2]{m^9}}{\sqrt[9]{m^2 \cdot \sqrt[18]{m}}} = \sqrt[18]{\frac{m^9}{m^2 \cdot m}} = \\ &= \sqrt[18]{m^6} = \sqrt[3]{m}. \end{aligned}$$

При $m = 64$ выражение примет значение $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$.

Ответ: 4.

3.31.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{6}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{a}.$$

При $a = 1,25$ выражение примет значение $\frac{1}{1,25} = 1 : \frac{5}{4} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

3.32.1. Решение. При $x > 0$

$$\begin{aligned} \frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} &= \frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = \\ &= \frac{5\sqrt{x} + 2 - 2}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

3.33.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} \frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4 &= \\ &= \frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = \\ &= \frac{7\sqrt{x}-5+5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = \\ &= \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = 7 + 3x - 4 = \\ &= 3x + 3. \end{aligned}$$

При $x = 3$ выражение примет значение $3 \cdot 3 + 3 = 12$.

Ответ: 12.

3.34.1. Решение. При $x \leq 2$ имеем

$$\begin{aligned} x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} &= x + \sqrt{(x-2)^2} = x + |x-2| = \\ &= x + 2 - x = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

3.35.1. Решение. При $6 \leq a \leq 10$ имеем

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} &= |a-6| + |a-10| = \\ &= a-6+10-a=4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

3.36.1. Решение.

$$\begin{aligned} h(5+x) + h(5-x) &= \\ &= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{(5+x)-10} + \\ &\quad + \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{(5-x)-10} = \\ &= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} + \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{-5-x} = \\ &= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{5+x} = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

3.37.1. Решение. При $|x| \neq 2$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{g(2-x)}{g(2+x)} &= \frac{\sqrt[3]{(2-x)(4-(2-x))}}{\sqrt[3]{(2+x)(4-(2+x))}} = \\ &= \frac{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)}}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

4. Действия с логарифмами

Числовые выражения

4.1.1. Решение. Согласно определению логарифма имеем $\log_4 16 = 2$, так как $4^2 = 16$.

Ответ: 2.

4.2.1. Решение. Согласно определению логарифма, $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) = 4 \cdot 2 = 8$.

Ответ: 8.

4.3.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов,

$$\log_{0,25} 2 = \log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

4.4.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов, $\log_4 8 = \log_{2^3} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = 1,5$.

Ответ: 1,5.

4.5.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 &= \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 2^2 = \\ &= -\log_5 5 - 2 \log_2 2 = -1 - 2 = -3. \end{aligned}$$

Ответ: -3.

4.6.1. Решение Согласно определению логарифма имеем

$$\log_4 \log_5 25 = \log_4 2 = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

4.7.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{\frac{1}{13^6}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6.$$

Ответ: 6.

4.8.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_{13} 13 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

4.9.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

4.10.1. Решение. Согласно определению логарифма имеем

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{7}}^2 49 &= (\log_{7^{0,5}} 7^2)^2 = \\ &= (4 \log_7 7)^2 = 4^2 = 16. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

4.11.1. Решение. Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.

4.12.1. Решение. Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12.$$

Ответ: 12.

4.13.1. Решение. 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} 5^{3+\log_5 2} &= 5^{\log_5 125 + \log_5 2} = \\ &= 5^{\log_5 (125 \cdot 2)} = 5^{\log_5 250} = 250. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$5^{3+\log_5 2} = 5^3 \cdot 5^{\log_5 2} = 125 \cdot 2 = 250.$$

Ответ: 250.

4.14.1. Решение. 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$8^{2\log_8 3} = 8^{\log_8 3^2} = 8^{\log_8 9} = 9.$$

2-ой способ.

$$8^{2\log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

4.15.1. Решение. Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$\begin{aligned} 36^{\log_6 5} &= (6^2)^{\log_6 5} = 6^{2\log_6 5} = 6^{\log_6 5^2} = \\ &= 6^{\log_6 25} = 25. \end{aligned}$$

Ответ: 25.

4.16.1. Решение. Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$\begin{aligned} 64^{\log_8 \sqrt{3}} &= (8^2)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{2\log_8 \sqrt{3}} = \\ &= 8^{\log_8 (\sqrt{3})^2} = 8^{\log_8 3} = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

4.17.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{5^2} 7^2} = 5^{\log_5 7} = 7.$$

Ответ: 7.

4.18.1. Решение. Согласно свойствам степеней и основному логарифмическому тождеству имеем

$$(3^{\log_2 3})^{\log_3 2} = (3^{\log_3 2})^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 3.$$

Ответ: 3.

4.19.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_3 8 + \log_3 10 = \log_3 (8 \cdot 10) = \log_3 81 = 4.$$

Ответ: 4.

4.20.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1.$$

Ответ: 1.

4.21.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3 = \log_{0,3} \frac{10}{3} = \log_{\frac{1}{10}} \frac{10}{3} = -1.$$

Ответ: -1.

4.22.1. Решение.

$$\begin{aligned} \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} &= 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = \\ &= 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81. \end{aligned}$$

Ответ: 81.

4.23.1. Решение. 1-ый способ. Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2.$$

2-ой способ.

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \frac{\log_3 5^2}{\log_3 5} = \frac{2 \cdot \log_3 5}{\log_3 5} = 2.$$

Ответ: 2.

4.24.1. Решение. Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

4.25.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 9 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 18} = 1.$$

Ответ: 1.

4.26.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \log_7 5^{-1} = \\ &= \log_7 5 - \log_7 5 = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

4.27.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13} = \frac{\log_7 13}{\log_{7^2} 13} = \frac{2 \log_7 13}{\log_7 13} = 2.$$

Ответ: 2.

4.28.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 5^2 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 5 = 4 \cdot 1 = 4. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = \log_5 25 \cdot \log_3 9 = 2 \cdot 2 = 4.$$

3-ий способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 25 = \\ &= 2 \log_5 3 \cdot \log_3 25 = 2 \log_5 25 = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

4.29.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 &= \log_{0,8} 1,25 = \\ &= \log_{\frac{4}{5}} \left(\frac{5}{4} \right) = -1. \end{aligned}$$

Ответ: -1.

4.30.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$(2^{\log_5 3})^{\log_3 5} = 2^{\log_5 3 \cdot \log_3 5} = 2^1 = 2.$$

Ответ: 2.

4.31.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} (1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= \\ &= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) = \\ &= \left(\log_2 \frac{1}{6} \right) \left(\log_6 \frac{1}{2} \right) = \left(\log_2 \frac{1}{2} \right) \left(\log_6 \frac{1}{6} \right) = \\ &= (-1) \cdot (-1) = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Выражения с переменными

4.32.1. Решение. 1-ый способ. Так как $\log_a (a^2 b^3) = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \log_a b$, то имеем $2 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4$.

Решение. 2-ой способ. Так как $\log_a b = -2$, то отсюда $b = a^{-2}$. Подставим в исходное выражение $\log_a(a^2b^3) = \log_a(a^2(a^{-2})^3) = \log_a a^{-4} = -4$.

Ответ: -4 .

4.33.1. Решение. Так как

$$\log_a \frac{a}{b^3} = \log_a a - \log_a b^3 = 1 - 3 \log_a b,$$

то имеем $1 - 3 \cdot 5 = -14$.

Ответ: -14 .

4.34.1. Решение. Если $\log_b a = \frac{1}{7}$, то используя формулу $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, получаем $\log_a b = 1 : \frac{1}{7} = 7$. Так как

$$\log_a(ab^3) = \log_a a + \log_a b^3 = 1 + 3 \log_a b,$$

то имеем $1 + 3 \cdot 7 = 22$.

Ответ: 22 .

5. Преобразование тригонометрических выражений

Числовые выражения

5.1.1. Решение.

$$16\sqrt{6}\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{4} = 16\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ = \frac{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 16.$$

Ответ: 16 .

5.2.1. Решение.

$$24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \\ = 24\sqrt{2} \cos\frac{\pi}{3} \left(-\sin\frac{\pi}{4}\right) = \\ = -24\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{24 \cdot 2}{4} = -12.$$

Ответ: -12 .

5.3.1. Решение.

$$12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ = \\ = 12 \sin(180^\circ - 30^\circ) \cdot \cos(180^\circ - 60^\circ) = \\ = 12 \sin 30^\circ \cdot (-\cos 60^\circ) = -12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -3.$$

Ответ: -3 .

5.4.1. Решение.

$$4\sqrt{2} \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{7\pi}{3} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \\ = 4 \cos\frac{\pi}{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2 .

5.5.1. Решение.

$$-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ) = -18\sqrt{2}(-\sin 135^\circ) = \\ = 18\sqrt{2} \sin(180^\circ - 45^\circ) = \\ = 18\sqrt{2} \sin 45^\circ = 18\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18.$$

Ответ: 18 .

5.6.1. Решение.

$$-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ) = -4\sqrt{3} \cos 750^\circ = \\ = -4\sqrt{3} \cos(720^\circ + 30^\circ) = \\ = -4\sqrt{3} \cos 30^\circ = -4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -6.$$

Ответ: -6 .

5.7.1. Решение.

$$2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ) = 2\sqrt{3}(-\operatorname{tg}300^\circ) = \\ = -2\sqrt{3} \operatorname{tg}(360^\circ - 60^\circ) = \\ = -2\sqrt{3} \cdot (-\operatorname{tg}60^\circ) = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6.$$

Ответ: 6 .

5.8.1. Решение.

$$\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)} = \\ = \frac{8}{\left(-\sin\left(7\pi - \frac{\pi}{4}\right)\right) \cdot \cos\left(8\pi - \frac{\pi}{4}\right)} = \\ = -\frac{8}{\frac{\pi}{4} \cos\frac{\pi}{4}} = -\frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -16.$$

Ответ: -16 .

5.9.1. Решение.

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\sin(90^\circ - 29^\circ)} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\cos 29^\circ} = 5.$$

Ответ: 5 .

5.10.1. Решение.

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{\sin(360^\circ - 19^\circ)} = \\ = \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

5.11.1. Решение.

$$\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180^\circ - 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ = \frac{4(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -4.$$

Ответ: -4.

5.12.1. Решение.

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin(360^\circ + 49^\circ)}{\sin 49^\circ} = \\ = \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14.$$

Ответ: 14.

5.13.1. Решение.

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180^\circ - 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5(-\operatorname{tg} 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5.$$

Ответ: -5.

5.14.1. Решение.

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) = \\ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot (-\operatorname{ctg} 17^\circ) = -5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ = \\ = -5 \cdot 1 = -5.$$

Ответ: -5.

5.15.1. Решение.

$$7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 13^\circ) = \\ = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{ctg} 13^\circ = 7 \cdot 1 = 7.$$

Ответ: 7.

5.16.1. Решение.

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} = \\ = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} = \\ = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

5.17.1. Решение.

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} =$$

$$= \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2(90^\circ + 23^\circ)} = \\ = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = \frac{6}{1} = 6.$$

Ответ: 6.

5.18.1. Решение.

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} = \\ = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} = \\ = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

5.19.1. Решение.

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot 2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \\ = \frac{6 \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

5.20.1. Решение.

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = \\ = 4 \sin \frac{10\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

5.21.1. Решение.

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos(90^\circ - 37^\circ)} = \\ = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 74^\circ}{2 \cdot \cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \\ = \frac{10 \sin 74^\circ}{\sin 74^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

5.22.1. Решение.

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin(90^\circ - 49^\circ)} = \\ = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 98^\circ}{2 \cdot \sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} = \\ = \frac{10 \sin 98^\circ}{\sin 98^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

5.23.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \\ &= \sqrt{3} \left(\cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ &= \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \\ &= \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

5.24.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ &= -\frac{24(\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ &= -\frac{24 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -24. \end{aligned}$$

Ответ: -24.

5.25.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \\ &= \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

5.26.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \cdot \left(1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ &= \sqrt{3} \cdot \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

Выражения с переменными

5.27.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)}{\cos(\beta + 3\pi)} = \\ &= \frac{3(-\cos \beta) + \cos \beta}{-\cos \beta} = \frac{-2 \cos \beta}{-\cos \beta} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

5.28.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\sin(\alpha + \pi)} = \\ &= \frac{2 \sin(7\pi - \alpha) + \sin \alpha}{\sin(\pi + \alpha)} = \\ &= \frac{2 \cdot (-\sin \alpha) + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{-\sin \alpha} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

5.29.1. Решение. Так как

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha,$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{5} \right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5} \right)^2$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$,

$$\sin \alpha = -\frac{1}{5}. \text{ Тогда } 5 \sin \alpha = 5 \cdot \left(-\frac{1}{5} \right) = -1.$$

Ответ: -1.

5.30.1. Решение. Так как

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha,$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2 =$$

$$= 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3} \right)^2$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$,

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}. \text{ Тогда } 3 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1.$$

Ответ: 1.

5.31.1. Решение. Так как

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha,$$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2\end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$,

$\sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$. Тогда, используя формулу

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \text{ получаем}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) : \frac{1}{\sqrt{10}} = -3.$$

Ответ: -3.

5.32.1. Решение. Так как $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, то имеем

$$\begin{aligned}\cos^2 \alpha &= 1 - \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26} = \left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2.\end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$,

$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$. Тогда, используя формулу

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \text{ получаем}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right) : \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right) = 5.$$

Ответ: 5.

5.33.1. Решение. Упростим выражение

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha.$$

Так как $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, то имеем

$$\cos^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 0,36 = 0,6^2.$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$,

$\cos \alpha = -0,6$. Тогда исходное выражение примет значение $-\cos \alpha = -(-0,6) = 0,6$.

Ответ: 0,6.

5.34.1. Решение. Упростим выражение

$$26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 26 \sin \alpha.$$

Так как $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то имеем

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} = \left(\frac{5}{13}\right)^2.$$

Если $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, то $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$.

Тогда исходное выражение примет значение $26 \sin \alpha = 26 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -10$.

Ответ: -10.

5.35.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) &= \operatorname{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \\ &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.\end{aligned}$$

Найдем значение выражения

$$-\frac{1}{0,4} = -1 : \frac{2}{5} = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

5.36.1. Решение. Упростим выражение

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3}.$$

Найдем значение выражения

$$\frac{20 \cdot 0,6}{3} = 4.$$

Ответ: 4.

5.37.1. Решение. Упростим выражение

$$24 \cos 2\alpha = 24(1 - 2 \sin^2 \alpha).$$

Найдем значение выражения

$$\begin{aligned}24(1 - 2 \cdot (-0,2)^2) &= 24(1 - 0,08) = \\ &= 24 \cdot 0,92 = 22,08.\end{aligned}$$

Ответ: 22,08.

5.38.1. Решение. Упростим выражение

$$9 \cos 2\alpha = 9(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Найдем значение выражения

$$\begin{aligned}9 \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1\right) &= 9 \left(\frac{2}{9} - 1\right) = \\ &= 9 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = -7.\end{aligned}$$

Ответ: -7.

5.39.1. Решение. Упростим выражение

$$-47 \cos 2\alpha = -47(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Найдем значение выражения

$$\begin{aligned}-47 \cdot \left(2 \cdot (-0,4)^2 - 1\right) &= -47 \left(2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 - 1\right) = \\&= -47 \cdot \left(-\frac{17}{25}\right) = 47 \cdot \frac{68}{100} = 31,96.\end{aligned}$$

Ответ: 31,96.

5.40.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned}5\sin(\alpha - 7\pi) - 11\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= \\= 5\sin(7\pi - \alpha) - 11\sin\alpha &= \\= -5\sin(\pi - \alpha) - 11\sin\alpha &= \\= -5\sin\alpha - 11\sin\alpha &= -16\sin\alpha.\end{aligned}$$

Найдем значение выражения

$$-16 \cdot (-0,25) = 4.$$

Ответ: 4.

5.41.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned}7\cos(\pi + \beta) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) &= \\= -7\cos\beta - 2\cos\beta &= -9\cos\beta.\end{aligned}$$

Найдем значение выражения

$$-9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 3.$$

Ответ: 3.

5.42.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned}5\tg(5\pi - \gamma) - \tg(-\gamma) &= 5\tg(-\gamma) + \tg\gamma = \\= -5\tg\gamma + \tg\gamma &= -4\tg\gamma.\end{aligned}$$

Найдем значение выражения

$$-4 \cdot 7 = -28.$$

Ответ: -28.

5.43.1. Решение. Преобразуем равенство:

$$5\sin^2\alpha + 13\cos^2\alpha = 6.$$

$$5\sin^2\alpha + 13\cos^2\alpha = 6(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)$$

$$\sin^2\alpha = 7\cos^2\alpha$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos^2\alpha \neq 0$: $\tg^2\alpha = 7$.

Ответ: 7.

5.44.1. Решение. Разделим числитель и знаменатель выражения на $\cos\alpha \neq 0$:

$$\begin{aligned}\frac{3\cos\alpha - 4\sin\alpha}{2\sin\alpha - 5\cos\alpha} &= \frac{3 - \frac{4\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha} - 5} = \\&= \frac{3 - 4\tg\alpha}{2\tg\alpha - 5}.\end{aligned}$$

Найдем значение выражения

$$\frac{3 - 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 - 5} = -9.$$

Ответ: -9.

5.45.1. Решение. Если $\tg\alpha = -2,5$, то $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -2,5$ или $\sin\alpha = -2,5\cos\alpha$. Теперь преобразуем выражение:

$$\begin{aligned}\frac{10\cos\alpha + 4\sin\alpha + 15}{2\sin\alpha + 5\cos\alpha + 3} &= \\= \frac{10\cos\alpha + 4 \cdot (-2,5)\cos\alpha + 15}{2 \cdot (-2,5)\cos\alpha + 5\cos\alpha + 3} &= \frac{15}{3} = 5.\end{aligned}$$

Ответ: 5.

5.46.1. Решение. Преобразуем равенство:

$$\frac{7\sin\alpha + 13\cos\alpha}{5\sin\alpha - 17\cos\alpha} = 3;$$

$$7\sin\alpha + 13\cos\alpha = 3(5\sin\alpha - 17\cos\alpha)$$

(при условии $5\sin\alpha - 17\cos\alpha \neq 0$);

$$7\sin\alpha + 13\cos\alpha = 15\sin\alpha - 51\cos\alpha;$$

$$8\sin\alpha = 64\cos\alpha;$$

$$\sin\alpha = 8\cos\alpha;$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos\alpha \neq 0$: $\tg\alpha = 8$.

Ответ: 8.

5.47.1. Решение. Преобразуем равенство с учетом того, что знаменатель выражения в левой части равенства ненулевой:

$$\frac{3\sin\alpha - 5\cos\alpha + 2}{\sin\alpha + 3\cos\alpha + 6} = \frac{1}{3};$$

$$3(3\sin\alpha - 5\cos\alpha + 2) = \sin\alpha + 3\cos\alpha + 6;$$

$$\sin\alpha = 2,25\cos\alpha;$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos\alpha \neq 0$: $\tg\alpha = 2,25$.

Ответ: 2,25.

Ответы

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. 10. 1.1.2. 20. 1.1.3. 12.

1.2.1. 8. 1.2.2. -1,5. 1.2.3. 5,25.

1.3.1. 80,625. 1.3.2. 425.

1.3.3. -24,32. 1.3.4. -1,86.

1.4.1. 5. 1.4.2. 91. 1.4.3. 17.

1.5.1. 10. 1.5.2. 1. 1.5.3. 1.

Выражения с переменными

1.6.1. 4. 1.6.2. 1. 1.6.3. 1.

1.7.1. 2. 1.7.2. 2. 1.7.3. 3.

1.8.1. 1. 1.8.2. -0,75. 1.8.3. -0,2.

1.9.1. 10. 1.9.2. -2. 1.9.3. -106.

1.10.1. 6. 1.10.2. 6. 1.10.3. 18.

1.11.1. -2. 1.11.2. -32. 1.11.3. 50.

1.12.1. 14. 1.12.2. -4. 1.12.3. 1.

1.13.1. -12. 1.13.2. 72. 1.13.3. 12.

1.14.1. -17. 1.14.2. -2. 1.14.3. -44.

1.15.1. 0. 1.15.2. -86. 1.15.3. -210.

1.16.1. 0. 1.16.2. 0. 1.16.3. 0.

1.17.1. 1. 1.17.2. 1. 1.17.3. 1.

2. Действия со степенями

Числовые выражения

2.1.1. -136. 2.1.2. 108. 2.1.3. 18.

2.2.1. 0,2. 2.2.2. 64. 2.2.3. 64.

2.3.1. 5. 2.3.2. 121. 2.3.3. 8.

2.4.1. 7. 2.4.2. 4. 2.4.3. 9.

2.5.1. 7. 2.5.2. 1296. 2.5.3. 1.

2.6.1. 9. 2.6.2. 4. 2.6.3. 25.

2.7.1. 49. 2.7.2. 36. 2.7.3. 25.

2.8.1. 0,625. 2.8.2. 4. 2.8.3. 81.

2.9.1. 1,5. 2.9.2. 63. 2.9.3. 12,25.

2.10.1. 121. 2.10.2. 49. 2.10.3. 784.

2.11.1. 1,4. 2.11.2. 750. 2.11.3. 12,5.

Выражения с переменными

2.12.1. 11. 2.12.2. 17. 2.12.3. 19.

2.13.1. -2. 2.13.2. -7. 2.13.3. 5.

2.14.1. -25. 2.14.2. -16. 2.14.3. -16.

2.15.1. 333. 2.15.2. -598. 2.15.3. 1009.

2.16.1. 2. 2.16.2. -4. 2.16.3. 5.

2.17.1. 2. 2.17.2. 2. 2.17.3. -1.

2.18.1. -12. 2.18.2. 3. 2.18.3. 5.

2.19.1. 6. 2.19.2. -8. 2.19.3. 18.

2.20.1. 346. 2.20.2. 138. 2.20.3. 128.

2.21.1. -367. 2.21.2. -220,8. 2.21.3. -309.

2.22.1. 64. 2.22.2. 225. 2.22.3. 3.

2.23.1. 13,5. 2.23.2. 4,9. 2.23.3. 48,6.

2.24.1. 7. 2.24.2. 2. 2.24.3. 6.

2.25.1. 64. 2.25.2. 64. 2.25.3. 243.

***	***
2.26.1. 2. 2.26.2. 2. 2.26.3. 2. ***	3.4.1. 2. 3.4.2. 2. 3.4.3. 2.
2.27.1. 5. 2.27.2. 11. 2.27.3. –4. ***	3.5.1. 6. 3.5.2. 6. 3.5.3. 2. ***
2.28.1. 2. 2.28.2. 1,5. 2.28.3. 1. ***	3.6.1. 7. 3.6.2. 3. 3.6.3. 7. ***
2.29.1. 6. 2.29.2. 60. 2.29.3. 41. ***	3.7.1. 2. 3.7.2. 2. 3.7.3. 3. ***
2.30.1. 5. 2.30.2. 3. 2.30.3. 7. ***	3.8.1. 2. 3.8.2. –2. 3.8.3. –6. ***
2.31.1. 0,25. 2.31.2. 3. 2.31.3. 5,25. ***	3.9.1. 243. 3.9.2. 59049. 3.9.3. 256. ***
2.32.1. 121. 2.32.2. 529. 2.32.3. 36. ***	3.10.1. 5. 3.10.2. 6. 3.10.3. 49. ***
2.33.1. 2,5. 2.33.2. 5. 2.33.3. 0,04. ***	3.11.1. 2. 3.11.2. 0,1. 3.11.3. 0,8. ***
2.34.1. 144. 2.34.2. 400. 2.34.3. 256. ***	3.12.1. 42. 3.12.2. 1225. 3.12.3. 900. ***
2.35.1. 3,5. 2.35.2. 1. 2.35.3. 1. ***	3.13.1. 4. 3.13.2. 25. 3.13.3. 81. ***
2.36.1. 16. 2.36.2. 81. 2.36.3. 64. ***	3.14.1. 2. 3.14.2. 29,4. 3.14.3. 5. ***
2.37.1. 0,0001. 2.37.2. 4096. 2.37.3. 0,16. ***	3.15.1. 2. 3.15.2. 5. 3.15.3. 49. ***
2.38.1. 88. 2.38.2. 1,6. 2.38.3. 1,4. ***	3.16.1. 20. 3.16.2. 15. 3.16.3. 6. ***
2.39.1. 0,5. 2.39.2. 64. 2.39.3. 9. ***	3.17.1. 15. 3.17.2. 27. 3.17.3. 30. ***
2.40.1. 49. 2.40.2. 6. 2.40.3. 2. ***	3.18.1. 7. 3.18.2. 7. 3.18.3. 9. ***
2.41.1. 8. 2.41.2. 11. 2.41.3. 6. ***	3.19.1. 1. 3.19.2. 1. 3.19.3. 1.
2.42.1. 15. 2.42.2. 0,02. 2.42.3. 0,125. ***	<u>Выражения с переменными</u>
2.43.1. 150. 2.43.2. 75. 2.43.3. 90. ***	***
2.44.1. 2. 2.44.2. 65. 2.44.3. 112. ***	3.20.1. 32. 3.20.2. 512. 3.20.3. 2744. ***
2.45.1. –0,5. 2.45.2. –2. 2.45.3. –23,9.	3.21.1. 27. 3.21.2. 32. 3.21.3. 19683. ***

3. Действия с корнями

Числовые выражения

***	***
3.1.1. 33. 3.1.2. 352. 3.1.3. 414. ***	3.22.1. 3. 3.22.2. 15625. 3.22.3. 16807. ***
3.2.1. –15. 3.2.2. 20. 3.2.3. –22. ***	3.23.1. 49. 3.23.2. 169. 3.23.3. 216. ***
3.3.1. 6. 3.3.2. –7. 3.3.3. –6.	3.24.1. 12. 3.24.2. 16. 3.24.3. 23. ***
	3.25.1. 9. 3.25.2. 10. 3.25.3. 3. ***
	3.26.1. 0,25. 3.26.2. 0,2. 3.26.3. 0,1. ***
	3.27.1. 4. 3.27.2. 2. 3.27.3. 0,5.

***	***
3.28.1. 36. 3.28.2. 0,25. 3.28.3. 7.	4.14.1. 9. 4.14.2. 196. 4.14.3. 36.
***	***
3.29.1. 25. 3.29.2. 8. 3.29.3. 0,125.	4.15.1. 25. 4.15.2. 16. 4.15.3. 49.
***	***
3.30.1. 4. 3.30.2. 4. 3.30.3. 5.	4.16.1. 3. 4.16.2. 6. 4.16.3. 10.
***	***
3.31.1. 0,8. 3.31.2. 2. 3.31.3. 0,8.	4.17.1. 7. 4.17.2. 4. 4.17.3. 9.
***	***
3.32.1. 5. 3.32.2. 10. 3.32.3. 4.	4.18.1. 3. 4.18.2. 7. 4.18.3. 5.
***	***
3.33.1. 12. 3.33.2. 9. 3.33.3. 1.	4.19.1. 4. 4.19.2. 2. 4.19.3. 7.
***	***
3.34.1. 2. 3.34.2. -16. 3.34.3. 20.	4.20.1. 1. 4.20.2. 2. 4.20.3. 2.
***	***
3.35.1. 4. 3.35.2. 4. 3.35.3. 8.	4.21.1. -1. 4.21.2. -1. 4.21.3. -1.
***	***
3.36.1. 0. 3.36.2. 0. 3.36.3. 0.	4.22.1. 81. 4.22.2. 36. 4.22.3. 16.
***	***
3.37.1. 1. 3.37.2. 1. 3.37.3. 1.	4.23.1. 2. 4.23.2. 2. 4.23.3. 3.
***	***

4. Действия с логарифмами

Числовые выражения

***	***
4.1.1. 2. 4.1.2. 5. 4.1.3. 4.	4.25.1. 1. 4.25.2. 1. 4.25.3. 1.
***	***
4.2.1. 8. 4.2.2. 15. 4.2.3. 12.	4.26.1. 0. 4.26.2. 0. 4.26.3. 0.
***	***
4.3.1. -0,5. 4.3.2. -3. 4.3.3. -3.	4.27.1. 2. 4.27.2. 2. 4.27.3. 3.
***	***
4.4.1. 1,5. 4.4.2. -0,5. 4.4.3. -0,5.	4.28.1. 4. 4.28.2. 3. 4.28.3. 2.
***	***
4.5.1. -3. 4.5.2. 4. 4.5.3. 3.	4.29.1. -1. 4.29.2. -1. 4.29.3. -1.
***	***
4.6.1. 0,5. 4.6.2. 0,25. 4.6.3. 1.	4.30.1. 2. 4.30.2. 3. 4.30.3. 5.
***	***
4.7.1. 6. 4.7.2. 4. 4.7.3. 3.	4.31.1. 1. 4.31.2. 1. 4.31.3. 1.
***	***
4.8.1. -0,5. 4.8.2. -0,5. 4.8.3. -0,5.	Выражения с переменными
***	***
4.9.1. 2. 4.9.2. 13. 4.9.3. 15.	4.32.1. -4. 4.32.2. 71. 4.32.3. -24.
***	***
4.10.1. 16. 4.10.2. 16. 4.10.3. 36.	4.33.1. -14. 4.33.2. -15. 4.33.3. -23.
***	***
4.11.1. 28. 4.11.2. 12. 4.11.3. 27.	4.34.1. 22. 4.34.2. 20. 4.34.3. 31.
***	***
4.12.1. 12. 4.12.2. 13. 4.12.3. 6.	

4.13.1. 250. 4.13.2. 120. 4.13.3. 288.	

5. Преобразование тригонометрических выражений	***
<u>Числовые выражения</u>	<u>Выражения с переменными</u>
***	***
5.1.1. 16. 5.1.2. 20. 5.1.3. 9. ***	5.24.1. -24. 5.24.2. -23. 5.24.3. -31. ***
5.2.1. -12. 5.2.2. -52,5. 5.2.3. -40,5. ***	5.25.1. -1,5. 5.25.2. 4,5. 5.25.3. 3. ***
5.3.1. -3. 5.3.2. -11. 5.3.3. -6. ***	5.26.1. -1,5. 5.26.2. -4. 5.26.3. 1.
5.4.1. 2. 5.4.2. -15. 5.4.3. -21. ***	<u>Выражения с переменными</u>
5.5.1. 18. 5.5.2. 37. 5.5.3. 6. ***	5.27.1. 2. 5.27.2. 1. 5.27.3. 1. ***
5.6.1. -6. 5.6.2. -16. 5.6.3. -48. ***	5.28.1. 1. 5.28.2. 0,6. 5.28.3. 0. ***
5.7.1. 6. 5.7.2. 17. 5.7.3. 132. ***	5.29.1. -1. 5.29.2. -0,7. 5.29.3. 0,2. ***
5.8.1. -16. 5.8.2. 116. 5.8.3. -82. ***	5.30.1. 1. 5.30.2. 0,1. 5.30.3. 0,2. ***
5.9.1. 5. 5.9.2. 40. 5.9.3. 33. ***	5.31.1. -3. 5.31.2. 2. 5.31.3. -0,1. ***
5.10.1. -14. 5.10.2. -2. 5.10.3. -34. ***	5.32.1. 5. 5.32.2. -1,25. 5.32.3. -0,5. ***
5.11.1. -4. 5.11.2. 4. 5.11.3. -38. ***	5.33.1. 0,6. 5.33.2. -2,88. 5.33.3. -3. ***
5.12.1. 14. 5.12.2. -42. 5.12.3. -20. ***	5.34.1. -10. 5.34.2. 2,8. 5.34.3. 12. ***
5.13.1. -5. 5.13.2. -23. 5.13.3. 22. ***	5.35.1. -2,5. 5.35.2. -0,8. 5.35.3. -0,5. ***
5.14.1. -5. 5.14.2. 19. 5.14.3. -5. ***	5.36.1. 4. 5.36.2. -0,48. 5.36.3. -0,56. ***
5.15.1. 7. 5.15.2. -24. 5.15.3. 59. ***	5.37.1. 22,08. 5.37.2. -10,88. 5.37.3. -1,68. ***
5.16.1. 12. 5.16.2. -12. 5.16.3. 37. ***	5.38.1. -7. 5.38.2. 2. 5.38.3. 19,6. ***
5.17.1. 6. 5.17.2. -24. 5.17.3. 9. ***	5.39.1. 31,96. 5.39.2. 10,08. 5.39.3. 43,12. ***
5.18.1. 12. 5.18.2. -9. 5.18.3. -20. ***	5.40.1. 4. 5.40.2. 8. 5.40.3. 0,3. ***
5.19.1. 6. 5.19.2. 1. 5.19.3. 18. ***	5.41.1. 3. 5.41.2. -2. 5.41.3. 3. ***
5.20.1. 2. 5.20.2. -0,25. 5.20.3. -1. ***	5.42.1. -28. 5.42.2. 1. 5.42.3. 2,4. ***
5.21.1. 10. 5.21.2. 32. 5.21.3. -8. ***	5.43.1. 7. 5.43.2. 0,5. 5.43.3. -0,125. ***
5.22.1. 10. 5.22.2. 24. 5.22.3. 16. ***	5.44.1. -9. 5.44.2. -0,8. 5.44.3. 0. ***
5.23.1. -1,5. 5.23.2. -4. 5.23.3. 2.	5.45.1. 5. 5.45.2. 2. 5.45.3. 4. ***
	5.46.1. 8. 5.46.2. 1,4. 5.46.3. 16. ***
	5.47.1. 2,25. 5.47.2. -3,75. 5.47.3. 0,25.

6. Дополнительные задачи

1. -7900.

2. 5.

3. 1.

4. 2.

5. а) 3. б) 1. в) 6. г) $\sqrt{10} - 3$. д) $3 - \sqrt{7}$.

е) $\pi - 3$. ж) $3 - e$.

6. а) 5. б) $1 + 2x$.

7. а) 2. б) 6. в) $127\frac{2}{9}$.

8. а) 2. б) 6.

9. а) 21, б) 3.

10. а) 3. б) 866.

11. а) 100. б) 196. в) 91. г) 49.

12. а) 3600. б) 400.

13. а) $(40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$. б) 1521.

14. а) $(50-8)(50+8) = 50^2 - 8^2 = 2500 - 64 = 2436$. б) 3596.

15. а) 484. б) 10000.

16. а)

$(30+1)^3 = 30^3 + 3 \cdot 30^2 \cdot 1 + 3 \cdot 30 \cdot 1^2 + 1^3 = 27000 + 2700 + 90 + 1 = 29791$.

б) 6859.

17. 2,56.

18. а) 9. б) -3. в) 3.

19. а) 12. б) -23,25.

20. а) 23. б) 28. в) 77. г) 48. д) 234. е) 114.

ж) 872. з) 356.

21. а) 65. б) 35. в) 9,5. г) 0,25.

22. а) 15. б) 25. в) 16. г) 80. д) 4.

23. а) 6. б) 0,5. в) $\frac{4}{3}$. г) $\frac{1}{9}$. д) $\frac{5}{3}$. е) 1.

ж) 1. з) 3,5.

24. а) 1,5. б) 0,6. в) 0,5. г) 6. д) 0,3. е) 6.

ж) 0,2. з) 5. и) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. к) 1. л) $\frac{5}{4}$. м) -1.

н) 2.

25. з) $5^{-\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$.

26. а) 2. б) 2.

27. а) 45. б) 0,75. в) 576.

28. а) 4. б) 10000. в) $\sqrt{3}$. г) $\sqrt{5}$.

29. а) -12. б) 54. в) 36. г) 54. д) 0.

30. а) $2\sqrt{2}$. б) $2\sqrt[4]{3}$. в) $-10\sqrt[3]{3}$.

31. а) $\sqrt{27}$. б) $\sqrt[3]{-32}$. в) $-\sqrt[4]{9}$.

32. а) 0. б) $-5\sqrt[3]{4}$. в) $-\sqrt{2}$. г) $9\sqrt{5}$. д)

$-11\sqrt[3]{3}$. е) 33. ж) 18. з) 0. и) 1.

33. а) $8\sqrt{7} - 7\sqrt[3]{2} + 3$. б) $4\sqrt{5} + 11$.

34. а) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. б) $\frac{4\sqrt[3]{49}}{7}$. в) $\frac{5 - \sqrt{13}}{3}$.

г) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$.

35. а) 2,5. б) 8.

36. а) 49. б) 16. в) 9.

37. а) 1. б) -1.

38. а) -1. б) 1. в) -12. г) 2. д) 1. е) 22. ж) 7.

з) 2.

39. а) 3. б) -4. в) 2. г) 5.

40. а) $a^4 \cdot \sqrt[4]{8}$. б) $c^6 \cdot \sqrt[3]{9}$.

41. а) $\sqrt[4]{81c}$. б) $\sqrt[8]{256q^3}$. в) $\sqrt[7]{3p^{28}}$.

г) $\sqrt[9]{5t^{18}}$.

42. а) 8. б) 24. в) -3,5.

43. а) 0,5. б) 1.

44. а) 1. б) 2. в) 0. г) -1. д) -2. е) 0,5.

ж) -0,5. з) 5. и) -3. к) m .

45. а) 1. б) -1. в) 0. г) 7. д) $\frac{1}{3}$.

46. а) -1. б) 1. в) 26. г) -0,9. д) 3. е) 25.

ж) 4,5. з) 0.

47. а) $\frac{\pi}{2}$. б) $\frac{\pi}{3}$. в) $\frac{\pi}{6}$. г) $\frac{\pi}{3}$. д) $-\frac{\pi}{6}$.

е) $\frac{3\pi}{4}$. ж) $-\frac{\pi}{4}$. з) $\frac{5\pi}{6}$. и) 0. к) $\frac{1}{2}$. л) 0.

м) $-\frac{\pi}{2}$. н) 1.

48. а) 1. б) 1. в) $2\cos^2 x$. г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. д) 1.

49. а) $-\operatorname{tg}^2 2x$. б) $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$. в) $-\frac{\sin \alpha}{2}$. г) 1.

д) 1. е) 1. ж) 1.

50. а) 0,5. б) 1,96. в) -3. г) 4.

51. а) $\cos \alpha$. б) $\sin \alpha$. в) $\operatorname{ctg} 2\alpha$;

г) $\operatorname{ctg} 3\alpha$. д) $\cos \alpha$. е) $\sin \alpha$. ж) $-\operatorname{tg} \alpha$.

з) $-\sin \alpha$. и) $-\cos \alpha$. к) $-\cos \alpha$.

л) $-\cos \alpha$. м) $\operatorname{ctg} \alpha$. н) $\operatorname{ctg} \alpha$. о) $\sin^2 \alpha$.

п) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. р) $\sin^2 \alpha$.

52. а) 1. б) 1. в) $-\operatorname{ctg} \alpha$.

53. а) 4,8. б) -1. в) -1,5. г) -2,5. д) -1,5.

54. а) $\cos \alpha - \cos 6\alpha$. б) $2 \sin \alpha$.

55. а) 0,5. б) -1,4.

56. а) 2. б) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$. в) $\operatorname{tg} \alpha$.

57. а) 120. б) 24.

58. а) $\operatorname{tg} 2\alpha$. б) $\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{2}$. в) $\cos 2x$.

г) $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$.

59. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. б) 1. в) 1.

60. $\frac{720}{1681}; \frac{1519}{1681}; \frac{720}{1519}$.

Список и источники литературы

1. Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2007.

2. Шестаков С. А. ЕГЭ 2013. Математика. Задача В7. Значения выражений. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2013. – 48 с.

3. www.mathege.ru – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

4. www.alexlarin.net – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

5. <http://eek.diary.ru/> – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

6. <http://reshuege.ru> – Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ. Математика».