Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 мин.). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

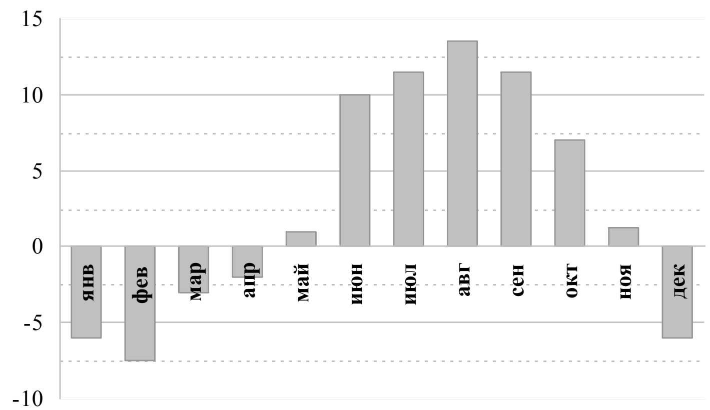
Желаем успеха!

Часть 1

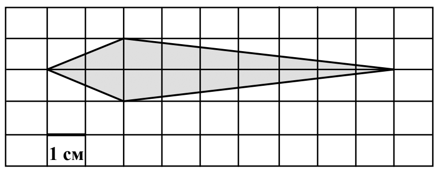
Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 На счету Лениного мобильного телефона было 64 рубля, а после разговора с Артемом осталось 29 рублей. Сколько минут длился разговор с Артемом, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

B2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Курильске по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру. В ответ запишите целое число.



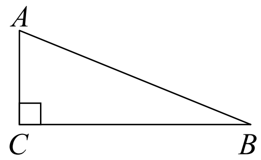
B3 Найдите площадь четырёхугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах



B4 В среднем гражданин А. в дневное время расходует 110 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 155 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счетчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счетчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,7 руб. за кВт·ч.
В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счетчик? Ответ дайте в рублях.

B5 Найдите корень уравнения $x=\frac{7x+12}{x+8}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

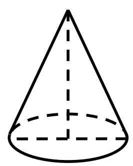
B6 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AB=8$, $\operatorname{tg}A=\frac{3\sqrt{7}}{7}$. Найдите BC.



B7 Найдите значение выражения $\left(4a^3\right)^2:\left(4a^7\right)$ при $a=5$.

B8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^3+2t^2-4t+17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 28 м/с?

B9 Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса.



B10 Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов — в первый день 8 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

B11 В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 48 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 4 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

B12 Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m=1260$ тонн, представляют собой две пустотелые балки длиной $l=18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p=\frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

B13 В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 5%, а в 2010 году — на 4% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

B14 Найдите наименьшее значение функции $y=(x-49)^2e^{x-49}$ на отрезке $[47{,}5;\,54]$.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\left(5\sqrt{\cos x}-1\right)\left(5-4\cos x\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{7\pi}{2};4\pi\right]$.

C2 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ проходит сечение через середины ребер AD, BC и SD. Все ребра пирамиды равны $2\sqrt{17}$. Найдите площадь искомого сечения.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 441^x-29\cdot 21^x+168\le 0, \\ \dfrac{\ln\left(5x^2+1\right)}{\ln\left(2x+1\right)}\le 2. \end{cases}$$

C4 В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 16 и катет BC равен 12. Из центра B радиусом BC описана окружность и к ней проведена касательная, параллельная гипотенузе. Катет BC продолжен до пересечения с проведённой касательной. Определите, на какое расстояние продолжен катет.

C5 Найдите все значения a, при которых уравнение

$$\left|\frac{x\left(2^x-1\right)}{2^x+1}+2a\right|=a^2+1$$

имеет нечётное число решений.

C6 Вдоль стены круглой башни по часовой стрелке ходят два стражника, причём первый из них — вдвое быстрее второго. В этой стене, имеющей длину 1, проделаны бойницы. Система бойниц называется надёжной, если в каждый момент времени хотя бы один из стражников находится возле бойницы.

а) Какую наименьшую длину может иметь бойница, если система, состоящая только из этой бойницы, надежна?

б) Докажите, что суммарная длина бойниц любой надёжной системы больше $\frac{1}{2}$.

в) Докажите, что для любого числа $s>\frac{1}{2}$ существует надёжная система бойниц с суммарной длиной, меньшей s.