

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (B1–B14) базового уровня по материалу курса математики. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом на задания B1–B14 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

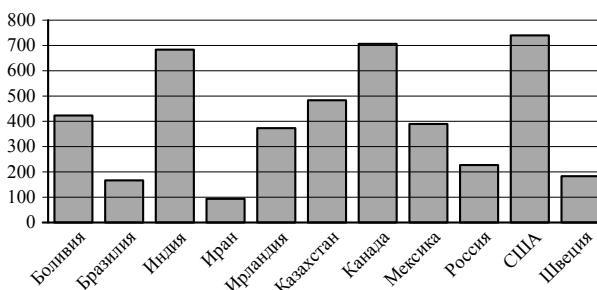
B1

В квартире, где проживает Максим, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 февраля счётчик показывал расход 129 куб. м воды, а 1 марта — 140 куб. м. Какую сумму должен заплатить Максим за холодную воду за февраль, если цена 1 куб. м холодной воды составляет 10 руб. 60 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

B2

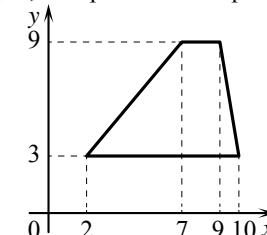
На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке цинка занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Россия?



Ответ: _____.

B3

Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

B4

Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S , комфорта C , функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый отдельный показатель оценивается по 5-балльной шкале. Рейтинг R вычисляется по формуле

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

В таблице даны оценки каждого показателя для трёх моделей автомобилей. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
A	1	1	2	2	2
B	3	2	3	5	1
V	2	4	1	1	4

Ответ: _____.

B5

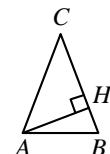
Найдите корень уравнения $3^{-9+x} = 3$.

Ответ: _____.

B6

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 12$, AH — высота, $BH = 6$. Найдите косинус угла BAC .

Ответ: _____.

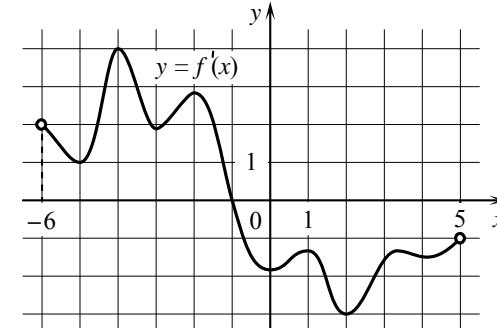
**B7**

Найдите значение выражения $\log_3 121,5 - \log_3 1,5$.

Ответ: _____.

B8

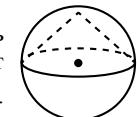
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

B9

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Образующая конуса равна $29\sqrt{2}$. Найдите радиус сферы.



Ответ: _____.

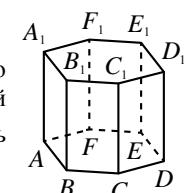
B10

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 10 прыгунов из Голландии и 8 прыгунов из Колумбии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым будет выступать прыгун из Голландии.

Ответ: _____.

B11

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A , E , F , A_1 , E_1 , F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEF_A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 10.



Ответ: _____.

B12

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 629 МГц. Скорость погружения батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отражённого сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 20 м/с.

Ответ: _____.

B13

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 64 килограммов изюма, если виноград содержит 82% воды, а изюм содержит 19% воды?

Ответ: _____.

B14

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 1}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

а) Решите уравнение $(27^{\cos x})^{\sin x} = 3^{\frac{3 \cos x}{2}}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$.

C2

В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2. Точка N принадлежит ребру MC , причём $MN:NC = 2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и N параллельно прямой AC .

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \log_{4-x}(16-x^2) \leq 1, \\ 2x+1 - \frac{21x+39}{x^2+x-2} \geq -\frac{1}{x+2}. \end{cases}$$

C4

Окружности радиусов 2 и 9 с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются в точке L . Прямая, проходящая через точку L , вторично пересекает меньшую окружность в точке K , а большую — в точке M . Найдите площадь треугольника KMO_1 , если $\angle LMO_2 = 15^\circ$.

C5

Найдите все значения a , при которых уравнение

$$8a + \sqrt{7 + 6x - x^2} = ax + 4$$

имеет единственный корень.

C6

а) Чему равно число способов записать число 1292 в виде $1292 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$?

б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?

в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?