

Прикладные задачи

27953. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия. Ответ: 25.

27954. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб. Ответ: 5000.

27955. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: 1

27956. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по

формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. Ответ: 6.

27957. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров? Ответ: 1,2.

27958. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведра сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В

верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведра в м/с, L — длина веревки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с. Ответ: 2.

27959. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0kt} + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента

открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды? Ответ: 50.

27960. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин², и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах. Ответ: 20.

27961. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ м⁻¹, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра? Ответ: 90.

27962. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах. Ответ: 2.

27963. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ$ /мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ$ /мин² — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не

позже того момента, когда угол намотки Φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах. Ответ: 20.

27964. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах. Ответ: 30.

27965. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах. Ответ: 2.

27966. Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг · см², дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг · см²? Ответ выразите в сантиметрах. Ответ: 5.

27967. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая

в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н ? Ответ выразите в метрах. Ответ: 2.

27968. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ — постоянная, r — радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н ? Ответ выразите в метрах. Ответ: 2.

27969. Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T — в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина. Ответ: 4000.

27970. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30 \text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком

наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах. Ответ: 36.

27971. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с. Ответ: 7.

27972. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.) Ответ: 4.

27973. Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U — напряжение в вольтах, R — сопротивление электроприбора в омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в омах. Ответ: 55.

27974. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω — частота

вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360c^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в c^{-1} . Ответ: 120.

27975. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в омах. Ответ: 10.

27976. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина. Ответ: 400.

27977. Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой $m_{\text{в}}$ (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{\text{др}}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$, где $c_{\text{в}} = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К) — теплоёмкость воды, $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг — удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 83$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах. Ответ: 18.

27978. Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $P = \frac{mg}{2ls}$, где m — масса экскаватора (в тоннах), l — длина балок в метрах, s — ширина балок в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах. Ответ: 2,5.

27979. К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в омах. Ответ: 5.

27980. При сближении источника и приёмника звуковых сигналов движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу частота звукового сигнала, регистрируемого приемником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \frac{c + u}{c - v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 15$ м/с — скорости приемника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приемнике f будет не менее 160 Гц? Ответ: 390.

27981. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов (в МГц), f — частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую

возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с. Ответ: 751.

27982. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч². Ответ: 5000.

27983. При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах, сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м — длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с. Ответ: 180000.

27984. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах. Ответ: 1,25.

27985. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров? Ответ: 1,4.

27986. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров? Ответ: 7.

27987. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 1 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 5000 км/ч². Ответ выразите в км/ч. Ответ: 100.

27988. Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг — общая масса навеса и колонны, D — диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах. Ответ: 0,2.

27989. Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $s = 500$ метров. Значение силы (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах. Ответ: 30.

27990. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p — давление в газе в паскалях, V — объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = \frac{5}{3}$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$? Ответ выразите в кубических метрах. Ответ: 0,125.

27991. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 40$ мг. Период его полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг? Ответ: 30.

27992. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) — давление в газе, V — объем газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза? Ответ: 2.

27993. Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1,4} = \text{const}$, где p (атм.) — давление в газе, V — объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах. Ответ: 0,05.

27994. Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением

$R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ — постоянная. Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с? Ответ: 2.

27995. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_b = 60^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T ($^\circ\text{C}$), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м? Ответ: 30.

27996. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ постоянная, а $T = 300$ К — температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж? Ответ: 2.

27997. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах. Ответ: 6.

27998. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ: 30.

27999. Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 2$ А — сила тока в рамке, $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл — значение индукции магнитного поля, $l = 0,5$ м — размер рамки, $N = 1000$ — число витков провода в рамке, α — острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 0,75 Н·м? Ответ: 30.

28000. Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ / \text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть? Ответ: 50.

28002. Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила

Лоренца, равная $F_{\text{л}} = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{\text{л}}$ была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах. Ответ: 30.

28003. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м? Ответ: 30.

28004. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м? Ответ: 15.

28005. Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5$ м² находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$, где α — острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл/с — постоянная, S — площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м²). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В? Ответ: 60.

28006. Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной

$s = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

Ответ: 60.

28007. Трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3$ м/с равна $N = Fv \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт? Ответ: 60.

28008. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм? Ответ: 30.

28009. Два тела массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей? Ответ: 60.

28010. Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с? Ответ: 45.

28011. Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M}v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с? Ответ: 60.

28012. Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \sin \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых. Ответ: 0,5.

28013. Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \cos \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых. Ответ: 0,5.

28014. Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t — время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых. Ответ: 0,67.

263802. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах. Ответ: 0,00125.