

Английский язык

Биология

География

Информатика

Искусство

История

Литература

Математика

№3(15)/2007

Немецкий язык

Русский язык

Спорт в школе

Физика

Французский язык

Химия

Начальная школа

Дошкольное образование

Классное руководство

Школьный психолог

Педагогика

Здоровье детей

Управление школой

Библиотека в школе



Устный счет

БИБЛИОТЕЧКА «ПЕРВОГО СЕНТЯБРЯ»

Серия «Математика»

Выпуск 3 (15)

УСТНЫЙ СЧЕТ

Москва

Чистые пруды

2007

УРОК-ЭКСКУРСИЯ ПО КАРТИНЕ Н.П. БОГДАНОВА-БЕЛЬСКОГО «УСТНЫЙ СЧЕТ»

Страница первая

Картина «Устный счет» была написана в 1895 г., то есть более 110 лет назад. Что изображено на картине? Мальчики собрались около классной доски и что-то рассматривают. Два мальчика (стоят впереди) отвернулись от доски и что-то вспоминают, а может быть, считают. Один что-то шепчет на ухо человеку, по-видимому учителю, а другой, кажется, подслушивает.

— А почему они в лаптях?

— А почему тут нет девочек, только одни мальчики?

— А почему они стоят спиной к учителю?

— А что они делают?

Вы уже, верно, поняли, что здесь изображены учащиеся и учитель. Конечно, костюмы учащихся необычные: некоторые ребята в лаптях, а у одного из героев картины (того, который изображен на переднем плане) и рубаха порвана. Ясно, что эта картина не из нашей школьной жизни. Вот и надпись на картине: 1895 год — время старой дореволюционной школы. Крестьяне жили тогда бедно, сами они и их дети ходили в лаптях. В то время мало кто из них мог учиться даже в начальной школе. Посмотрите-ка на картину: ведь только трое из учащихся в лаптях, а остальные — в сапогах. Очевидно, ребята из богатых семей. Ну, а почему на картине не изображены девочки, это тоже нетрудно понять: в то время девочек, как правило, в школу не принимали. Учение было «не их делом», да и мальчики-то учились далеко не все.

Страница вторая

Эта картина называется «Устный счет». Посмотрите, как сосредоточенно думает мальчик, изображенный на переднем плане. Видно, нелегкую задачу дал учитель. Но этот ученик, наверное, скоро закончит работу, ошибки не должно быть: уж очень серьезно относится он к устному счету. А тот, который что-то шепчет на ухо учителю, кажется, уже решил задачу, только его ответ не совсем правильный. Смотрите: учитель слушает ученика внимательно, но

на лице нет одобрения, значит, ученик сделал что-то не так. А может, учитель терпеливо ожидает, когда и другие сосчитают, и потому не спешит одобрить его ответ?

— Нет, первым даст правильный ответ тот, кто стоит впереди: сразу видно, что он лучший ученик в классе.

А какую же задачу дал им учитель? Не сможем ли решить ее и мы? На доске я запишу задачу так, как привыкли писать вы:

$$(10 \cdot 10 + 11 \cdot 11 + 12 \cdot 12 + 13 \cdot 13 + 14 \cdot 14) : 365.$$

Как видно, каждое из чисел 10, 11, 12, 13 и 14 нужно умножить само на себя, результаты сложить, а полученную сумму разделить на 365.

— Вот так задача! Такой пример не скоро решишь, да еще в уме.

А все-таки попробуйте сосчитать устно, в трудных местах я буду помогать вам. Десятью десять — сто, это каждый знает. Одиннадцать умножить на одиннадцать — это тоже нетрудно сосчитать: $11 \cdot 10 = 110$, да еще 11, всего 121. Умножая 12 на 12, поступаем так: $12 \cdot 10 = 120$, да еще $12 \cdot 2 = 24$, а всего будет 144.

Действуя аналогично, получите: $13 \cdot 13 = 169$ и $14 \cdot 14 = 196$.

Но пока мы умножали, то почти забыли, какие числа получились ранее. Потом я вспомню их, а ведь эти числа надо еще сложить, да потом сумму разделить на 365. Придется вам немного помочь. Какие же числа у вас получились?

— 100, 121, 144, 169 и 196.

— Теперь вы, наверное, хотите сразу сложить все пять чисел, а потом уже делить результат на 365? Давайте мы это сделаем по-другому. Ну-ка, сложим первые три числа: 100, 121 и 144. Сколько получится?

— 365.

— А делить на сколько надо?

— Тоже на 365!

— Сколько же получится, если сумму первых трех чисел разделить на 365?

— Один!

— Теперь сложите остальные два числа: 169 и 196. Сколько получится?

— Тоже 365!

— Вот так пример, и совсем нехитрый. Получается-то всего лишь два! Только для его решения надо хорошо знать, что сумму можно делить не сразу всю, а каждое слагаемое в отдельности или же по группам в два-три слагаемых, а потом уж сложить получившиеся результаты.

Страница третья

Картина называется «Устный счет». Написал ее художник Николай Петрович Богданов-Бельский (1868–1945).

Богданов-Бельский очень хорошо знал своих маленьких героев: вырос в их среде, был когда-то пастушком. «Я незаконнорожденный сын бедной бобылки, оттого Богданов, а Бельским стал по имени уезда», — рассказывал художник о себе.

Ему посчастливилось попасть в школу известного русского педагога профессора С.А. Рачинского, который заметил художественный талант мальчика и помог ему получить художественное образование.

Н.П. Богданов-Бельский окончил Московское училище живописи, ваяния и зодчества, учился у таких известных художников, как В.Д. Поленов, В.Е. Маковский.

Немало портретов и пейзажей написано Богдановым-Бельским, но в памяти людей он остался, прежде всего, как художник, сумевший поэтично и верно поведать о смысленной сельской детворе, жадно тянувшейся к знаниям.

«У дверей школы», «Новички», «Сочинение», «Деревенские друзья», «У больного учителя», «Проба голоса» — вот названия лишь некоторых из его картин. На них чаще всего художник изображал детей в школе. Прелестные, доверчивые, сосредоточенные, задумчивые, полные живого интереса и всегда отмеченные природным умом — такими знал и любил крестьянских детишек Богданов-Бельский, такими увековечил их в своих произведениях.

Страница четвертая

Художник изобразил на этой картине невыдуманных учеников и учителя. Учитель — это Сергей Александрович Рачинский, известный русский педагог, замечательный представитель русских образованных людей позапрошлого века. Он был доктором естественных наук и профессором ботаники Московского университета. В 1868 г. С.А. Рачинский решает «уйти в народ». Он держит экзамен на звание учителя начальных классов. На свои средства открывает школу для крестьянских детей в селе Татеево Смоленской губернии и становится в ней учителем. Его ученики так хорошо считали устно, что этому удивлялись все посетители школы. Не случайно, художник изобразил С.А. Рачинского вместе с его учениками именно на уроке устного решения задач.

Эта картина — гимн учителю и ученику.

РАЗВИТИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ УЧАЩИХСЯ

Всем известно, какую роль в школьном курсе обучения имеют вычислительные навыки. Ни один пример, ни одну задачу по математике, физике, химии, черчению и т.д. нельзя решить, не обладая навыками элементарных способов вычисления. Не секрет, что у учащихся с прочными вычислительными навыками гораздо меньше проблем с математикой.

Однако проводимые исследования показывают, что еще большое количество учащихся не владеют данными навыками, допускают различные ошибки в вычислениях. Среди причин невысокой вычислительной культуры учащихся можно назвать:

- низкий уровень мыслительной деятельности;
- отсутствие соответствующей подготовки и воспитания со стороны семьи и детских дошкольных учреждений;
- отсутствие надлежащего контроля при подготовке домашних заданий со стороны родителей;
- неразвитое внимание и память учащихся;
- недостаточная подготовка по математике за курс начальной школы;
- отсутствие системы в выработке вычислительных навыков и в контроле за овладением данными навыками в период обучения.

Для формирования у школьников сознательных и прочных вычислительных навыков многие учителя используют различные методические приемы и формы, такие как, например, устный счет, игры «Быстрый счетчик», «Математическое домино» и многие другие.

Сложившаяся определенная система работы по совершенствованию вычислительных навыков в 5–9-х классах состоит из следующих этапов.

I. Этап вводного контроля

1. На этом этапе в начале работы с классом (независимо от того, пятый это класс или девятый), проводится проверка знания таблиц сложения, умножения, вычитания и деления. Фор-

ма проверки – устный счет по карточкам и таблицам. Задания из таблицы могут быть представлены на карточках (в двух вариантах) или на кодоскопе. Результаты заносятся в ведомость. Учащимся, допустившим ошибки, предлагаются сборники таблиц или отдельные таблицы за начальную школу для отработки навыков, и в течение определенного времени эти учащиеся повторно проверяются (при устном или письменном опросе в ходе уроков и при выполнении самостоятельных и контрольных работ).

2. Далее проводится проверка знаний по всем темам арифметики в форме устного счета, небольших письменных работ, отдельных заданий при выполнении текущих самостоятельных работ. При этом особое внимание обращается на решение простейших уравнений, нахождение компонентов действий и на порядок действий с натуральными числами.

При этом индивидуальная работа с неуспевающими учениками ведется как на уроках, так и вне уроков, учащимся выдаются на дом таблицы для отработки навыков.

II. Этап текущей работы по формированию вычислительных навыков

К этому этапу готовятся серии таблиц следующих видов.

1. Таблицы для отработки отдельного навыка в определенном классе (например, действия с десятичными дробями — в 5-м классе, формулы сокращенного умножения — в 7-м классе, значения тригонометрических функций некоторых углов — в 9-м классе).

2. Сводные таблицы для отработки нескольких навыков при обобщающем повторении (например, действия с натуральными числами, целыми, дробными числами — в 9-м классе).

Данные таблицы размножаются и выдаются на руки каждому ученику. Такой же комплект таблиц имеется в каждом классе и у учителя. (Аналогичную работу можно проводить и в 10–11-х классах при изучении таких тем, как нахождение производных функций, решение простейших тригонометрических, показательных, логарифмических уравнений и др.)

На этом этапе используются следующие формы работы:

1. Устный фронтальный опрос по карточкам (на два варианта), проводимый как учителем, так и учащимися.

2. Письменный опрос (с записью ответа) по подготовленным таблицам.

3. Письменная самостоятельная работа с последующим анализом и работой над ошибками.

4. Решение у доски во время опроса.

5. Решение за первой партой.

6. Разбор образцов решения заданий и их оформления.

7. Отработка алгоритмов (правил) вычислений.

8. Рассмотрение примеров на использование рациональных способов решения.

При этом следует помнить, что:

— на каждом уроке надо заниматься не с классом вообще, а конкретно с каждым учеником. Для этого учитель должен выбрать формы работы и материал так, чтобы каждый ученик был занят делом и его работу всегда можно было проконтролировать. Например, каждому ученику, работающему за первой партой, выдается карточка с таким заданием, чтобы он мог ликвидировать свои пробелы в знаниях. А при подготовке к уроку в планах указывается, кого и по какому вопросу нужно спросить; при этом в отдельной тетради ведется учет овладения вычислительными навыками каждым учеником;

— при изучении нового материала желательно обращать внимание учащихся на тот материал, где наиболее часто допускаются ошибки;

— полезно новый материал изучать в сравнении с ранее изученным, уже знакомым материалом;

— при объяснении нового материала необходимо, чтобы ученики сами составляли алгоритмы выполнения того или иного действия, затем сверяли с учебником и выбирали оптимальный для себя вариант. Такая работа приучает их к четкости и конкретности. В дальнейшем они смогут без суеты и волнения выполнить любое задание;

— необходимо воспитывать осознанное отношение к выполнению любого задания, чтобы ученик вдумался в смысл задачи, установил закономерности, связывающие величины, наметил пути решения проблемы и только после этого приступал к выполнению задания. Необходимо учить школьников при выполнении работы пользоваться методом «пристального взгляда» (вначале визуально оценивать все задание, методы, способы решения, и лишь после этого приступать к его решению);

— очень важно научить школьников самоконтролю, то есть умению контролировать решение, действия, а в результате и свои поступки, применяя при этом следующие критерии самооценки:

- а) соотношение результата с действительностью;
- б) соотношение результата с данными условия задания;
- в) проведение выкладок в обратном порядке;
- г) решение различными способами;
- д) исследование результата в предельных ситуациях;

— только при выполнении самостоятельной работы наиболее прочно усваивается изучаемый материал. Поэтому учащиеся привлекаются не только к выполнению готовых заданий, но и к составлению заданий (особенно заданий на рациональный счет). Задания, составленные учащимися, систематизируются (см. таблицы с примерами на рациональный счет);

— для более глубокого понимания материала удобна порой не запись самого примера, а его схема. Например:

$$(\dots - \dots)^2 = (\dots) - 2 (\dots) (\dots) + (\dots);$$

— для формирования устойчивого внимания желательно подбирать соответствующие упражнения (психологический тренинг) или задания следующего характера:

- а) найдите в решении ошибку;
- б) выберите правильный ответ;
- в) оцените правильность данной формулировки и т. д.

Текущий контроль, проводимый на этом этапе учителем, может заключаться в фиксировании:

а) количества верно выполненных примеров за 1 минуту, 2 минуты и так далее каждым учеником (результаты вносятся в сводную ведомость класса);

б) промежутка времени, необходимого для безошибочного решения определенного количества примеров;

в) количества ошибок, допускаемых каждым учеником.

Используются различные формы проведения контроля. Наиболее характерные из них — самостоятельные и контрольные работы, проводимые учителем по своему плану. При регулярном проведении самостоятельных работ существует реальная возможность выяснить на ранней стадии пробелы в знаниях, прочность усвоения и скорректировать дальнейшую деятельность.

Важной частью занятий на данном этапе является коррекционная работа над ошибками. Мы ее проводим в следующих формах:

— после проведения контрольного мероприятия учитель указывает на технические ошибки в работах учащихся, а каждый ученик ищет их в своей тетради. Затем учитель вместе с учениками анализирует методы решения и приводит образцы решения (чаще всего — через кодоскоп), рассматривает вариантность решения в зависимости от изменения условия, отвечает на вопросы учащихся. Через определенное время учащиеся вновь выполняют примеры, в которых были допущены ошибки;

— после раздачи тетрадей с проверенной работой учащимся дается время (оно зависит от сложности материала и количества допущенных ошибок) на то, чтобы они разобрали ошибки друг с другом или в своей группе, или проконсультировались с учителем. Эта работа проводится при необходимости на уроке, иногда дома — самостоятельно. После этого вновь проводится самостоятельная работа. Учитель в тетради учета навыков вычислительной культуры ставит соответствующую оценку (другим цветом);

— после проведения контрольного мероприятия в классе (на доске написано задание, содержащее 16–20 примеров в несколько действий, в двух вариантах), учитель при проверке ставит на полях знак «+», если пример выполнен верно; знак «±», если в примере есть недочет; знак «-», если пример выполнен неверно. На следующем уроке эти же примеры записываются на доску. Учащиеся выполняют задания, в которых они допустили ошибки. Учитель при проверке фиксирует результаты каждого ученика и примеры, в которых были допущены ошибки. Имея набор подобных примеров на карточках, учитель далее работает с учеником индивидуально, предлагая задания из данного набора карточек.

При такой форме работы ни один ученик не остается вне поля зрения учителя.

III. Этап итогового контроля

Итоговый контроль проводится или в форме контрольной работы, или в форме устно-письменного зачета. К уроку-зачету учитель готовит систему карточек-заданий по теме. На зачете учащиеся отвечают теорию, решают задания, содержащиеся в карточке, иногда еще показывают тетради с выполненными приме-

рами на вычисление и составленными примерами. На таких уроках-зачетах часто ученики одновременно получают консультацию и учителя, и старшекласников, принимающих зачет. Итоговые оценки выставляются в журнал.

Приведем пример итоговой контрольной работы за 8-й класс, которая содержит 1–2 задания на все действия с рациональными числами; 1–2 задания, требующие применения формул сокращенного умножения, распределительного закона и т.д.; одно задание на применение способов рационального счета.

1. Вычислите: $0,03 \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) : (1,53 : 1,5 - 1,2) + 1$.

2. Вычислите: $(0,5 \cdot 2,08 - 0,215 : 0,2) : 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$.

3. Вычислите рационально: $\frac{2,5^3 - 4,4^3}{1,9} + 2,5^2 + 4,4^2$.

4. Вычислите рационально:

$$- 14,09 \cdot 2\frac{1}{6} - 6,31 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) - 2\frac{1}{6} \cdot 6,31 + \left(-1\frac{1}{2}\right)(- 14,09).$$

5. Вычислите рационально:

$$369369 : 123 + (601 - 599)(93 - 57) \cdot 50 - \\ - (357 \cdot 27 - 57 \cdot 27) : 270 + 27.$$

Ответы: 1. $1\frac{5}{54}$. 2. 1,49. 3. -11. 4. -13,6. 5. 6600.

К работе по совершенствованию вычислительных навыков активно привлекаются учащиеся: они подбирают или самостоятельно составляют задания для устного счета, составляют задания с применением рационального счета, по группам или индивидуально проводят устный счет на уроке, частично привлекаются к проверке работ, консультируют других учащихся.

Многолетний опыт позволяет утверждать, что рассмотренные выше формы и методы работы по совершенствованию вычислительной культуры учащихся применимы не только при выработке вычислительных навыков, но и при контроле за формированием многих общеучебных навыков по разным предметам.

Рекомендации по использованию таблиц

Таблицы могут быть использованы и на уроке при работе со всем классом, и при индивидуальной работе с учащимися. Их структура такова, что по горизонтали располагаются однотипные примеры на одно и то же правило, по вертикали — примеры на разные правила. Поэтому желательно вначале предлагать учащимся решать примеры по горизонтали, а когда алгоритмы решения отработаны, переходить к выполнению заданий, расположенных по вертикали.

1. Выполните сложение натуральных чисел

	1	2	3	4	5
А	$17 + 29$	$13 + 78$	$19 + 34$	$25 + 48$	$46 + 47$
Б	$54 + 37$	$35 + 46$	$56 + 19$	$19 + 39$	$42 + 29$
В	$15 + 39$	$56 + 19$	$66 + 25$	$86 + 8$	$27 + 34$
Г	$37 + 55$	$17 + 36$	$37 + 28$	$47 + 27$	$28 + 53$
Д	$58 + 14$	$78 + 15$	$28 + 66$	$38 + 47$	$48 + 18$

2. Выполните вычитание натуральных чисел

	1	2	3	4	5
А	$46 - 17$	$91 - 78$	$53 - 19$	$73 - 25$	$93 - 46$
Б	$91 - 54$	$81 - 35$	$75 - 56$	$58 - 19$	$71 - 42$
В	$54 - 15$	$75 - 56$	$91 - 66$	$94 - 8$	$61 - 27$
Г	$92 - 37$	$53 - 17$	$63 - 28$	$74 - 47$	$81 - 28$
Д	$72 - 58$	$93 - 15$	$94 - 28$	$85 - 47$	$64 - 18$

3. Решите уравнение

	1	2	3
А	$x + 14 = 21$	$46 - p = 39$	$t + 14 = 14$
Б	$0 - x = 0$	$27 - y = 27$	$z + 0 = 0$
В	$37 - d = 0$	$76 - b = 13$	$19 + c = 31$
Г	$x - 11 = 29$	$14 + 7 - x = 6$	$a + a = 36$
Д	$47 + c - 5 = 70$	$m + m = 0$	$d - 7 - 11 = 3$

4. Выполните умножение натуральных чисел

	1	2	3	4	5	6
А	$17 \cdot 3$	$29 \cdot 5$	$19 \cdot 7$	$18 \cdot 4$	$16 \cdot 5$	$12 \cdot 8$
Б	$13 \cdot 7$	$15 \cdot 5$	$16 \cdot 4$	$17 \cdot 2$	$23 \cdot 6$	$18 \cdot 9$
В	$14 \cdot 9$	$23 \cdot 4$	$14 \cdot 7$	$13 \cdot 3$	$17 \cdot 4$	$13 \cdot 4$
Г	$18 \cdot 8$	$16 \cdot 7$	$17 \cdot 6$	$19 \cdot 3$	$12 \cdot 6$	$15 \cdot 7$
Д	$13 \cdot 5$	$15 \cdot 6$	$24 \cdot 3$	$17 \cdot 5$	$18 \cdot 6$	$14 \cdot 6$

5. Выполните деление натуральных чисел

	1	2	3	4	5	6
А	$51 : 3$	$145 : 5$	$133 : 7$	$72 : 4$	$80 : 5$	$96 : 8$
Б	$91 : 7$	$75 : 5$	$64 : 4$	$34 : 2$	$138 : 6$	$162 : 9$
В	$126 : 9$	$92 : 4$	$98 : 7$	$39 : 3$	$68 : 4$	$52 : 4$
Г	$144 : 8$	$112 : 7$	$102 : 6$	$57 : 3$	$72 : 6$	$108 : 9$
Д	$65 : 5$	$95 : 5$	$72 : 3$	$85 : 5$	$108 : 6$	$105 : 7$

6. Решите уравнение

	1	2	3
А	$y \cdot y = 25$	$z - z = 0$	$49 + x + x = 49$
Б	$16 + x = 16 - x$	$13 \cdot 0 = x$	$14 - x = 9$
В	$a + a = 108$	$x \cdot x = 81$	$x : 19 = 3$
Г	$78 : x = 12$	$45 : y = 15$	$70 : y = 14$
Д	$7 \cdot m = 56$	$x - 42 = 10$	$12 \cdot a = 84$

7. Выполните действия с десятичными дробями

	1	2	3	4
А	$0,21 + 12$	$2 - 0,4$	$10 \cdot 0,04$	$1,8 : 0,6$
Б	$11 + 0,4$	$8,4 - 4,8$	$0,21 \cdot 100$	$12,5 : 10$
В	$0,26 + 9,4$	$0,58 - 0,2$	$0,07 \cdot 1000$	$6,9 : 3$
Г	$0,43 + 0,7$	$9,1 - 0,4$	$0,13 \cdot 0$	$0,65 : 5$
Д	$0,7 + 8$	$1,5 - 0,11$	$1,2 \cdot 7$	$0,9 : 10$

8. Сократите дробь

	1	2	3	4	5	6	7	8
А	$\frac{16}{24}$	$\frac{18}{54}$	$\frac{17}{51}$	$\frac{33}{66}$	$\frac{125}{1000}$	$\frac{12}{60}$	$\frac{15}{60}$	$\frac{15}{75}$
Б	$\frac{16}{48}$	$\frac{375}{100}$	$\frac{25}{175}$	$\frac{12}{42}$	$\frac{28}{49}$	$\frac{35}{42}$	$\frac{39}{52}$	$\frac{34}{85}$
В	$\frac{13}{91}$	$\frac{18}{144}$	$\frac{24}{72}$	$\frac{13}{65}$	$\frac{17}{102}$	$\frac{13}{78}$	$\frac{21}{105}$	$\frac{12}{84}$
Г	$\frac{45}{135}$	$\frac{14}{70}$	$\frac{18}{72}$	$\frac{17}{85}$	$\frac{24}{36}$	$\frac{16}{112}$	$\frac{14}{98}$	$\frac{15}{105}$
Д	$\frac{60}{90}$	$\frac{45}{75}$	$\frac{36}{63}$	$\frac{51}{85}$	$\frac{57}{76}$	$\frac{27}{108}$	$\frac{42}{63}$	$\frac{38}{95}$

9. Исключите целую часть из дроби

	1	2	3	4	5	6	7	8
А	$\frac{7}{4}$	$\frac{67}{20}$	$\frac{43}{10}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{34}{19}$	$\frac{19}{4}$	$\frac{27}{17}$
Б	$\frac{15}{4}$	$\frac{25}{11}$	$\frac{87}{40}$	$\frac{20}{3}$	$\frac{36}{7}$	$\frac{34}{21}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{9}{5}$
В	$\frac{25}{3}$	$\frac{47}{17}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{41}{10}$	$\frac{30}{17}$	$\frac{16}{11}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{16}{9}$
Г	$\frac{13}{8}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{39}{20}$	$\frac{35}{16}$	$\frac{54}{25}$	$\frac{31}{19}$	$\frac{27}{7}$	$\frac{19}{3}$
Д	$\frac{65}{9}$	$\frac{39}{19}$	$\frac{40}{17}$	$\frac{29}{7}$	$\frac{40}{13}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{100}{33}$	$\frac{76}{16}$

10. Замените неправильной дробью

	1	2	3	4	5	6	7	8
А	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{2}{5}$	$4\frac{3}{7}$	$1\frac{2}{5}$	$6\frac{2}{3}$	$7\frac{3}{4}$	$9\frac{2}{5}$	$4\frac{7}{11}$
Б	$4\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{7}$	$5\frac{7}{10}$	$10\frac{5}{11}$	$3\frac{5}{9}$	$2\frac{15}{16}$	$13\frac{1}{2}$
В	$4\frac{3}{8}$	$1\frac{5}{12}$	$3\frac{2}{11}$	$7\frac{1}{10}$	$11\frac{5}{6}$	$13\frac{1}{3}$	$17\frac{3}{4}$	$12\frac{1}{3}$
Г	$2\frac{7}{30}$	$1\frac{4}{7}$	$7\frac{2}{9}$	$5\frac{2}{11}$	$10\frac{3}{8}$	$7\frac{2}{3}$	$17\frac{1}{2}$	$20\frac{1}{3}$
Д	$9\frac{6}{7}$	$8\frac{10}{11}$	$11\frac{2}{5}$	$18\frac{1}{3}$	$8\frac{4}{5}$	$20\frac{1}{3}$	$5\frac{7}{8}$	$1\frac{17}{19}$

11. Переведите в десятичную дробь

	1	2	3	4	5	6	7	8
А	$\frac{1}{2}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{13}{25}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{23}{50}$	$\frac{1}{4}$
Б	$\frac{36}{50}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{21}{25}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{49}{50}$
В	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{43}{50}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{17}{25}$	$\frac{7}{20}$
Г	$\frac{4}{25}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{19}{50}$	$\frac{33}{50}$	$\frac{22}{25}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{16}{25}$
Д	$\frac{19}{20}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{14}{35}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{12}{16}$

Приведенные примеры таблиц направлены на отработку одного вычислительного действия. Можно предложить таблицу для устного счета, помогающую проверить вычислительные навыки со всеми действиями (см. на с. 16, табл. 12).

С таблицами учащиеся могут также работать и дома. Контролировать можно и количество примеров, решенных в единицу времени, и время выполнения определенного количества примеров.

Итоговые оценки могут выставляться в журнал или в сводную ведомость класса, критерии оценок зависят от характеристики класса и времени работы с таблицей.

12. Устный счет

	1	2	3	4	5	6	7
1	3 + 4	3 + 5	3 + 6	3 + 7	3 + 8	3 + 9	3 + 10
2	33 : 3	30 : 3	27 : 3	24 : 3	21 : 3	18 : 3	15 : 3
3	20 - 3	10 - 3	18 - 3	17 - 3	16 - 3	15 - 3	14 - 3
4	3·4	3·5	3·6	3·7	3·8	3·9	3·10
5	3 + 11	3 + 12	3 + 13	3 + 14	3 + 15	3 + 16	3 + 17
6	39 : 3	42 : 3	45 : 3	48 : 3	51 : 3	54 : 3	57 : 3
7	13 - 3	12 - 3	11 - 3	10 - 3	9 - 3	8 - 3	7 - 3
8	3·11	3·12	3·13	3·14	3·15	3·16	3·17
9	3 + 18	3 + 19	3 + 20	3 + 21	3 + 22	3 + 23	3 + 24
10	60 : 3	63 : 3	66 : 3	69 : 3	90 : 3	93 : 3	96 : 3
11	30 - 3	31 - 3	32 - 3	33 - 3	41 - 3	42 - 3	43 - 3
12	3·20	3·22	3·23	3·30	3·31	3·33	3·41
13	4 + 5	4 + 6	4 + 7	4 + 8	4 + 9	4 + 10	4 + 11
14	44 : 4	40 : 4	36 : 4	32 : 4	28 : 4	24 : 4	20 : 4
15	20 - 4	19 - 4	18 - 4	17 - 4	16 - 4	15 - 4	14 - 4
16	4·4	4·5	4·6	4·7	4·8	4·9	4·10
17	4 + 12	4 + 13	4 + 14	4 + 15	4 + 16	4 + 17	4 + 18
18	16 : 4	12 : 4	8 : 4	48 : 4	52 : 4	56 : 4	60 : 4
19	13 - 4	12 - 4	11 - 4	10 - 4	9 - 4	8 - 4	7 - 4
20	4·11	4·12	4·13	4·14	4·15	4·16	4·17
21	4 + 19	4 + 20	4 + 21	4 + 22	4 + 27	4 + 28	4 + 29
22	80 : 4	84 : 4	88 : 4	100 : 4	244 : 4	284 : 4	400 : 4
23	33 - 4	32 - 4	31 - 4	88 - 4	87 - 4	86 - 4	85 - 4
24	4·20	4·21	4·22	4·30	4·31	4·40	4·50
25	5 + 5	5 + 6	5 + 7	5 + 8	5 + 9	5 + 10	5 + 11
26	55 : 5	50 : 5	45 : 5	40 : 5	35 : 5	30 : 5	25 : 5
27	20 - 5	19 - 5	18 - 5	17 - 5	16 - 5	15 - 5	14 - 5
28	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	5·10	5·11
29	5 + 12	5 + 13	5 + 14	5 + 15	5 + 16	5 + 17	5 + 18
30	20 : 5	15 : 5	10 : 5	5 : 5	0 : 5	60 : 5	70 : 5
31	13 - 5	12 - 5	11 - 5	10 - 5	9 - 5	8 - 5	7 - 5
32	5·12	5·13	5·14	5·15	5·16	5·17	5·18
33	6 + 6	6 + 7	6 + 8	6 + 9	6 + 10	6 + 11	6 + 12
34	66 : 6	60 : 6	54 : 6	48 : 6	42 : 6	36 : 6	30 : 6
35	20 - 6	10 - 6	18 - 6	17 - 6	16 - 6	15 - 6	14 - 6
36	6·6	6·7	6·8	6·9	6·10	6·11	6·12
37	6 + 13	6 + 14	6 + 15	6 + 16	6 + 17	6 + 18	6 + 19
38	24 : 6	18 : 6	12 : 6	6 : 6	0 : 6	96 : 6	120 : 6
39	13 - 6	12 - 6	11 - 6	10 - 6	9 - 6	8 - 6	7 - 6
40	6·20	6·21	6·30	6·31	6·40	6·50	6·0
41	7 + 7	7 + 8	7 + 9	7 + 10	7 + 11	7 + 12	7 + 13
42	77 : 7	70 : 7	63 : 7	56 : 7	49 : 7	42 : 7	35 : 7
43	20 - 7	19 - 7	18 - 7	17 - 7	16 - 7	15 - 7	14 - 7
44	7·7	7·8	7·9	7·10	7·11	7·12	7·13
45	7 + 14	7 + 15	7 + 16	7 + 17	7 + 18	7 + 19	7 + 20

Таблица ответов для устного счета

	1	2	3	4	5	6	7
1	7	8	9	10	11	12	13
2	11	10	9	8	7	6	5
3	17	16	15	14	13	12	11
4	12	15	18	21	24	27	30
5	14	15	16	17	18	19	20
6	13	14	15	16	17	18	19
7	10	9	8	7	6	5	4
8	33	36	39	42	45	48	51
9	21	22	23	24	25	26	27
10	20	21	22	23	30	31	32
11	27	28	29	30	38	39	40
12	60	66	69	90	93	99	123
13	9	10	11	12	13	14	15
14	11	10	9	8	7	6	5
15	16	15	14	13	12	11	10
16	16	20	24	28	32	36	40
17	16	17	18	19	20	21	22
18	4	3	2	12	13	14	15
19	9	8	7	6	5	4	3
20	44	48	52	56	60	64	68
21	23	24	25	26	31	32	33
22	20	21	22	25	61	71	100
23	29	28	27	84	83	82	81
24	80	84	88	120	124	160	200
25	10	11	12	13	14	15	16
26	11	10	9	8	7	6	5
27	15	14	13	12	11	10	9
28	25	30	35	40	45	50	55
29	17	18	19	20	21	22	23
30	4	3	2	1	0	12	14
31	8	7	6	5	4	3	2
32	60	65	70	75	80	85	90
33	12	13	14	15	16	17	18
34	11	10	9	8	7	6	5
35	14	4	12	11	10	9	8
36	36	42	48	54	60	66	72
37	19	20	21	22	23	24	25
38	4	3	2	1	0	16	20
39	7	6	5	4	3	2	1
40	120	126	180	186	240	300	0
41	14	15	16	17	18	19	20
42	11	10	9	8	7	6	5
43	13	12	11	10	9	8	7
44	49	56	63	70	77	84	91
45	21	22	23	24	25	26	27

УСТНЫЙ СЧЕТ — ГИМНАСТИКА УМА

Освоение описанных ниже приемов устного счета позволит учащимся быстро выполнять арифметические действия, что будет способствовать развитию памяти школьников и повышению математической культуры мышления.

При рассмотрении основных приемов упрощения арифметических действий мы остановимся, главным образом, на такого рода вычислениях, для производства которых достаточно устного счета или применения в некоторых случаях карандаша, ручки и бумаги.

Счет в уме является самым древним и простым способом вычисления. Знание упрощенных приемов устных вычислений остается необходимым даже при полной механизации всех наиболее трудоемких вычислительных процессов. Устные вычисления дают возможность не только быстро производить расчеты в уме, но и контролировать, оценивать, находить и исправлять ошибки в результатах вычислений, выполненных с помощью калькулятора. Кроме того, освоение вычислительных навыков развивает память и помогает школьникам полноценно усваивать предметы физико-математического цикла.

Знание упрощенных приемов устных вычислений особенно важно в тех случаях, когда вычисляющий не имеет в своем распоряжении таблиц или калькулятора.

Сложение натуральных чисел

Сложение — наиболее простое арифметическое действие, поэтому число упрощенных приемов сравнительно невелико. Рассмотрим их.

1. Представление двузначного числа в виде суммы двух слагаемых

Первое слагаемое — число десятков, второе — число единиц.

Примеры: $18 = 10 + 8$; $24 = 20 + 4$; $38 = 30 + 8$.

$18 + 24 = (10 + 8) + (20 + 4) = (10 + 20) + (8 + 4) = 30 + 12 = 42$.

2. Сложение путем последовательного прибавления к одному числу отдельных разрядов другого числа, всегда начиная с высших

$62 + 54 = ?$

К 62 прибавим 50, к сумме 112 прибавим 4, получим 116.

$$3745 + 637 = ?$$

К 3745 прибавим 600, к сумме 4345 прибавим 30, а к 4375 прибавим 7, получим 4382.

Как посчитать еще быстрее?

$$3745 + 637 = ?$$

К 37 сотням прибавим 6 сотен, получим 43 сотни, то есть 4300, затем сложим 45 и 37, получим 82 единицы. $4300 + 82 = 4382$.

3. Сложение путем округления чисел

$$96 + 47 = ?$$

Заменим эту сумму другой: $100 + 47 = 147$. Затем вычитаем число 4, дополняющее 96 до 100 и излишне прибавленное, и получаем 143, то есть

$$96 + 47 = (96 + 4) + (47 - 4) = 100 + 43 = 143.$$

$$2984 + 996 + 1998 + 4002 = ?$$

Сложим 3000, 1000, 2000, 4000. Получим 10 000. Отняв от суммы 10 000 число 20 (так как 22 должно быть от нее отнято и 2 прибавлено), получим 9980.

4. Сложение с перестановкой слагаемых

$$72 + 63 + 28 = ?$$

Заметим, что третье слагаемое является дополнением первого до 100. Мысленно переставим слагаемые и сложим их:

$$72 + 28 + 63 = 163.$$

$$3013 + 74 + 2187 + 126 = ?$$

Группируем слагаемые попарно:

$$(3013 + 2187) + (74 + 126) = 5200 + 200 = 5400.$$

5. Сложение десятичных дробей

Складывая десятичные дроби следует подобно целым числам, то есть начиная с высших разрядов: сначала поразрядно сложить целые части, затем — десятичные доли.

$$8,4 + 6,51 = ?$$

К 8,4 прибавляем 6, к полученной сумме 14,4 прибавляем 0,5, к 14,9 прибавляем 0,01 и получаем 14,91, то есть:

$$8,4 + 6,51 = (8,4 + 6) + 0,5 + 0,01 =$$

$$= (14,4 + 0,5) + 0,01 = 14,9 + 0,01 = 14,91;$$

$$9,83 + 6,7 = (9,83 + 6) + 0,7 = (15,8 + 0,7) + 0,03 =$$

$$= 16,5 + 0,03 = 16,53.$$

Вычитание натуральных чисел

При устном вычитании возможны следующие упрощенные приемы.

1. Раздельное поразрядное вычитание

$$574 - 243 = ?$$

Вычитаем из 500 число 200, получим 300. Вычитаем из 70 число 40, получаем 30. Вычитаем из 4 число 3, получаем 1. Ответ: 331.

$$68\ 894 - 42\ 413 = ?$$

Вычитаем из 68 000 число 42 000, получаем 26 000. Вычитаем из 800 число 400, получаем 400. Вычитаем из 94 число 13, получаем 81. Ответ: 26 481.

Если число единиц какого-либо разряда вычитаемого больше числа единиц того же разряда уменьшаемого, то последнее число единиц увеличивается на 10 путем заимствования одной единицы следующего, высшего разряда уменьшаемого.

$$647 - 256 = ?$$

Так как пять десятков из четырех десятков вычесть нельзя, то представляем 647 в виде суммы $500 + 140 + 7$ и вычитаем 200 из 500, 50 из 140, 6 из 7:

$$647 - 256 = (500 - 200) + (140 - 50) + (7 - 6) = 391.$$

Ответ: 391.

2. Вычитание путем округления уменьшаемого, или вычитаемого, или одновременно обоих

$$713 - 65 = ?$$

Отбросим в уменьшаемом 13 единиц, из полученных 700 вычитаем 65; к полученной разности 635 затем прибавляем отброшенные 13 единиц, получаем 648. Таким образом,

$$713 - 65 = (700 - 65) + 13 = 648.$$

$$824 - 396 = ?$$

Дополнив вычитаемое 4 единицами, вычитаем 400 из 824, добавив затем к разности 424 излишне вычтенные 4 единицы, получаем 428. Таким образом,

$$824 - 396 = (824 - 400) + 4 = 428.$$

$$687 - 293 = ?$$

$$687 - 293 = (660 - 300) + 87 + 7 = 394.$$

3. Вычитание путем уравнивания числа единиц последних разрядов уменьшаемого

$$67 - 48 = ?$$

Добавив к уменьшаемому 1, вычитаем 48 из 68, получаем 20. Отняв от этой разности ранее добавленную единицу, окончательно получаем 19.

$$67 - 48 = (68 - 48) - 1 = 20 - 1 = 19.$$

$$453 - 316 = ?$$

Уменьшив вычитаемое на 3, вычтем 313 из 453, получим 140. Отняв от этой разности еще 3, найдем 137.

На практике применяют различные способы устного вычитания.

Примеры:

1. а) $80 - 26 = 80 - (20 + 6) = (80 - 20) - 6 = 60 - 6 = 54$
(вычитание суммы);

б) $80 - 26 = (50 + 30) - 26 = 50 + (30 - 26) = 54$ (вычитание из суммы);

в) $80 - 26 = 80 - (30 - 4) = (80 - 30) + 4 = 50 + 4 = 54$
(вычитание разности);

г) $80 - 26 = (86 - 6) - 26 = (86 - 26) - 6 = 60 - 6 = 54$
(перемещение вычитаемых);

2. а) $42 - 28 = (30 + 12) - (20 + 8) = (30 - 20) + (12 - 8) =$

$$= 10 + 4 = 14 \text{ (вычитание суммы и вычитание из суммы);}$$

б) $42 - 28 = 42 - (22 + 6) = (42 - 22) - 6 = 20 - 6 = 14$
(вычитание суммы);

3. а) $86 - 28 = 86 - (30 - 2) = (86 - 30) + 2 = 56 + 2 = 58$
(вычитание разности);

б) $86 - 28 = 86 - (26 + 2) = (86 - 26) - 2 = 60 - 2 = 58$
(вычитание суммы).

Установленные свойства вычитания позволяют ускорять, облегчать и проводить устно вычисления и с многозначными числами.

Примеры:

1. Вычитание суммы: $1358 - (158 + 78) = 1200 - 78 = 1122.$

2. Вычитание из суммы: $(973 + 747) - 873 = 100 + 747 = 847.$

3. Прибавление разности:

$$586 + (1414 - 884) = (586 + 1414) - 884 = 2000 - 884 = 1116.$$

4. Вычитание разности:

$$1093 - (1494 - 907) = (1093 + 907) - 1497 = 2000 - 1494 = 506.$$

5. Вычитание по способу дополнения.

Продавцам и кассирам часто приходится давать сдачу, а для этого им приходится находить разность между суммой денег, получаемой от покупателя, и стоимостью покупки. Они это делают по «способу дополнения», который легко уяснить на следующем примере.

Получив от покупателя чек на 285 р. и банкноту в 500 р., кассир возвращает этот чек с отметкой об уплате и говорит: «285 рублей». Затем дает покупателю 15 рублей и говорит: «300 рублей». Потом дает еще 200 рублей.

Широкое применение этого способа показывает, что он имеет преимущества по сравнению с другими, и к нему следует привыкать при устном счете.

Умножение натуральных чисел

1. Умножение на 11

Чтобы двузначное число, сумма цифр которого не превышает 10, умножить на 11, надо цифры этого числа раздвинуть и поставить между ними сумму этих цифр.

Примеры:

$$72 \times 11 = 7 (7 + 2) 2 = 792;$$

$$35 \times 11 = 3 (3 + 5) 5 = 385.$$

Чтобы умножить на 11 двузначное число, сумма цифр которого 10 или больше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр, а затем к первой цифре прибавить единицу, а вторую и последнюю (третью) оставить без изменения.

Пример:

$$94 \times 11 = 9 (9 + 4) 4 = 9 (13) 4 = (9 + 1) 34 = 1034.$$

2. Умножение на 22, 33, ..., 99

Чтобы двузначное число умножить на 22, 33, ..., 99, надо этот множитель представить в виде произведения однозначного числа (от 2 до 9) на 11, то есть $44 = 4 \times 11$; $55 = 5 \times 11$ и т.д. Затем произведение первых чисел умножить на 11 (см. выше п. 1):

$$24 \times 22 = 24 \times 2 \times 11 = 48 \times 11 = 528;$$

$$23 \times 33 = 23 \times 3 \times 11 = 69 \times 11 = 759;$$

$$18 \times 44 = 18 \times 4 \times 11 = 72 \times 11 = 792.$$

Кроме того, можно применить закон об одновременном увеличении в равное число раз одного сомножителя и уменьшении другого:

$$28 \times 33 = (28 \times 3) \times (33 : 3) = 84 \times 11 = 924,$$

$$48 \times 22 = (48 \times 2) \times (22 : 2) = 96 \times 11 = 1056$$

и т.д.

3. Умножение на число, оканчивающиеся на 5

Чтобы четное двузначное число умножить на число, оканчивающееся на 5, можно применить следующее правило.

Если один из сомножителей увеличить в несколько раз, а другой уменьшить во столько же раз, произведение не изменится.

Примеры:

$$44 \times 5 = (44 : 2) \times 5 \times 2 = 22 \times 10 = 220;$$

$$28 \times 15 = (28 : 2) \times 15 \times 2 = 14 \times 30 = 420;$$

$$32 \times 25 = (32 : 2) \times 25 \times 2 = 16 \times 50 = 800.$$

При умножении на 65, 75, 85, 95 числа следует брать небольшие, в пределах второго десятка. Если возьмем произвольное число (четное), тогда придется потрудиться и перемножить двузначные числа:

Примеры:

$$48 \times 65 = (48 : 2) \times 65 \times 2 = 24 \times 130 = (24 \times 10 + 24 \times 3) \times 10 = \\ = (240 + 72) \times 10 = 312 \times 10 = 3120;$$

$$36 \times 85 = (36 : 2) \times 85 \times 2 = 18 \times 170 = (18 \times 10 + 18 \times 7) \times 10 = \\ = (180 + 126) \times 10 = 306 \times 10 = 3060.$$

Чтобы научиться быстро умножать на 65, 75, 85 и 95, надо хорошо знать, как умножать устно двузначные числа такого вида:

$$14 \times 18 = 14 \times (10 + 8) = 14 \times 10 + 14 \times 8 = 140 + 112 = 252;$$

$$13 \times 19 = 13 \times (20 - 1) = 13 \times 20 - 13 = 260 - 13 = 247.$$

4. Умножение и деление на 25 и 75

Для того, чтобы научиться устно умножать и делить на 25 и 75, надо хорошо знать признак делимости и таблицу умножения на 4.

На 4 делятся те и только те числа, у которых две последние цифры числа выражают число, делящееся на 4:

Примеры:

124 делится на 4, так как 24 делится на 4;

1716 делится на 4, так как 16 делится на 4;

1800 делится на 4, так как 00 делится на 4.

Чтобы число умножить на 25, надо это число разделить на 4 и умножить на 100.

Примеры:

$$484 \times 25 = (484 : 4) \times 25 \times 4 = 121 \times 100 = 12\ 100;$$

$$124 \times 25 = 124 : 4 \times 100 = 3100.$$

Чтобы число разделить на 25, надо это число разделить на 100 и умножить на 4.

Примеры:

$$12\ 100 : 25 = 12\ 100 : 100 \times 4 = 484;$$

$$3100 : 25 = 3100 : 100 \times 4 = 124.$$

5. Умножение и деление на 75

Чтобы число умножить на 75, надо это число разделить на 4 и умножить на 300.

Примеры:

$$32 \times 75 = (32 : 4) \times 75 \times 4 = 8 \times 300 = 2400;$$

$$48 \times 75 = 48 : 4 \times 300 = 3600.$$

Чтобы число разделить на 75, надо это число разделить на 300 и умножить на 4.

Примеры:

$$2400 : 75 = 2400 : 300 \times 4 = 32;$$

$$3600 : 75 = 3600 : 300 \times 4 = 48.$$

6. Умножение и деление на 50

Чтобы число умножить на 50, надо это число разделить на 2 и умножить на 100.

Примеры:

$$432 \times 50 = (432 : 2) \times 50 \times 2 = 216 \times 100 = 21\ 600;$$

$$848 \times 50 = 848 : 2 \times 100 = 42\ 400.$$

Чтобы число разделить на 50, надо это число разделить на 100 и умножить на 2.

Примеры:

$$21\ 600 : 50 = 21\ 600 : 100 \times 2 = 432;$$

$$42\ 400 : 50 = 42\ 400 : 100 \times 2 = 848.$$

7. Умножение и деление на 125

Чтобы научиться устно умножать и делить на 125, надо хорошо знать таблицу умножения на 8 и признак делимости на 8.

На 8 делятся те и только те числа, у которых три последние цифры выражают число, делящееся на 8.

Примеры:

3168 делится на 8, так как 168 делится на 8;

5248 делится на 8, так как 248 делится на 8;

12 328 делится на 8, так как 328 делится на 8.

Как узнать, что трехзначное число делится на 8?

Рассмотрим примеры:

632 кратно 8, так как $\left(63 + \frac{2}{2}\right)$ делится на 8 (64 делится на 8);

712 кратно 8, так как $\left(71 + \frac{2}{2}\right)$ делится на 8 (72 делится на 8);

304 кратно 8, так как $\left(30 + \frac{4}{2}\right)$ делится на 8 (32 делится на 8);

376 кратно 8, так как $\left(37 + \frac{6}{2}\right)$ делится на 8 (40 делится на 8);

208 кратно 8, так как $\left(20 + \frac{8}{2}\right)$ делится на 8 (24 делится на 8).

Если числа оканчиваются на 2, 4, 6, 8, то к числу десятков надо прибавить половину цифры единиц, то есть $\frac{2}{2} = 1$, $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{6}{2} = 3$, $\frac{8}{2} = 4$, получим числа 64, 72, 32, 40 и 24, которые делятся на 8. Следовательно, и числа 632, 712, 304, 376 и 208 делятся на 8.

Чтобы умножить число на 125, надо это число разделить на 8 и умножить на 1000.

Чтобы разделить число на 125, надо это число разделить на 1000 и умножить на 8.

Примеры:

$$32 \times 125 = (32 : 8) \times 125 \times 8 = 4 \times 1000 = 4000;$$

$$72 \times 125 = 72 : 8 \times 1000 = 9000;$$

$$4000 : 125 = 4000 : 1000 \times 8 = 32;$$

$$9000 : 125 = 9000 : 1000 \times 8 = 72.$$

8. Умножение и деление на 37

Прежде чем научиться устно умножать и делить на 37, надо хорошо знать признак делимости и таблицу умножения на 3.

На 3 делятся те и только те числа, у которых сумма цифр делится на 3:

Примеры:

42 кратно 3, так как $4 + 2 = 6$, 6 делится на 3;

123 кратно 3, так как $1 + 2 + 3 = 6$, 6 делится на 3.

Отсюда: $24 \times 37 = (24 : 3) \times 37 \times 3 = 8 \times 111 = 888$,

$$27 \times 37 = 27 : 3 \times 111 = 999.$$

Чтобы устно умножить число на 37, надо это число разделить на 3 и умножить на 111.

Чтобы устно разделить число на 37, надо это число разделить на 111 и умножить на 3.

Примеры:

$$999 : 37 = 999 : 111 \times 3 = 27; \quad 888 : 37 = 888 : 111 \times 3 = 24.$$

9. Умножение и деление на 111, 1111 и т.д.

Кто знает, как умножать и делить на 11, может легко умножать и делить на 111. Рассмотрим примеры.

Если сумма цифр меньше 10, то легко умножать на 111, 1111 и т.д.

Примеры:

$$24 \times 111 = 2 (2 + 4) (2 + 4) 4 = 2664;$$

$$36 \times 111 = 3 (3 + 6) (3 + 6) 6 = 3996;$$

$$24 \times 1111 = 2 (2 + 4) (2 + 4) (2 + 4) 4 = 26\ 664;$$

$$36 \times 1111 = 3 (3 + 6) (3 + 6) (3 + 6) 6 = 39\ 996.$$

Чтобы двузначное число умножить на 111, 1111 и т.д., надо мысленно цифры этого числа раздвинуть на два, три и т.д. шага, сложить цифры и записать соответствующее количество раз их сумму между раздвинутыми цифрами.

$$72 \times 111\ 111 = 7\ 999\ 992.$$

Раздвинуть 7 и 2 на 5 шагов.

Если единиц 7, то шагов будет на 1 меньше, то есть 6.

Если единиц 9, то шагов будет 8 и т.д.

Немного сложнее, если сумма цифр равна 10 или более 10.

Примеры:

$$48 \times 111 = 4 (4 + 8) (4 + 8) 8 = 4 (12) (12) 8 = (4 + 1) (2 + 1) 28 = 5328;$$

$$75 \times 111 = 7 (7 + 5) (7 + 5) 5 = 7 (12) (12) 5 = 8325.$$

В этом случае надо к первой цифре 7 прибавить 1, получим 8, далее $2 + 1 = 3$; а последние цифры 2 и 5 оставляем без изменения. Получаем ответ 8325.

$$85 \times 111 = 8 (13) (13) 5 = (8 + 1) (3 + 1) 35 = 9425;$$

$$69 \times 111 = 6 (15) (15) 9 = (6 + 1) (5 + 1) 59 = 7659.$$

Зная, как умножать на 11, 25, 37, 75, 125, можно устно умножать некоторые числа, большие 1000.

Примеры:

$$\begin{aligned}24 \times 1011 &= 24 \times (1000 + 11) = 24\ 000 + 264 = 24\ 264; \\24 \times 1025 &= 24 \times (1000 + 25) = 24\ 000 + 600 = 24\ 600; \\24 \times 1037 &= 24 \times (1000 + 37) = 24\ 000 + 888 = 24\ 888; \\24 \times 1075 &= 24 \times (1000 + 75) = 24\ 000 + 1800 = 25\ 800; \\24 \times 1125 &= 24 \times (1000 + 125) = 24\ 000 + 3000 = 27\ 000; \\24 \times 1050 &= 24 \times (1000 + 50) = 24\ 000 + 1200 = 25\ 200; \\24 \times 1250 &= 24 \times (1000 + 250) = 24\ 000 + 6000 = 30\ 000; \\24 \times 1500 &= 24 \times (1000 + 500) = 24\ 000 + 12\ 000 = 36\ 000.\end{aligned}$$

10. Умножение чисел, оканчивающихся на 5

При умножении двух чисел, у которых цифры десятков обе четные или обе нечетные, а цифры единиц равны 5, надо перемножить цифры десятков и к произведению прибавить полусумму этих цифр. Получим число сотен. К числу сотен надо прибавить произведение $5 \times 5 = 25$.

Примеры:

$$\begin{aligned}85 \times 45 &= \left(8 \times 4 + \frac{8+4}{2}\right) \text{ сотен} + 5 \times 5 \text{ единиц} = \\&= (32 + 6) \times 100 + 25 = 3825; \\35 \times 55 &= \left(3 \times 5 + \frac{3+5}{2}\right) \times 100 + 25 = 1925.\end{aligned}$$

11. Умножение двузначных чисел, у которых цифры десятков одинаковые, а сумма цифр единиц составляет 10

Пример:

$$24 \times 26 = (24 - 4) \times (26 + 4) + 4 \times 6 = 20 \times 30 + 24 = 624.$$

Числа 24 и 26 округляем до десятков и находим их произведение, чтобы получить число сотен, и к числу сотен прибавляем произведение единиц.

Примеры:

$$\begin{aligned}18 \times 12 &= 2 \times 1 \times 100 + 8 \times 2 = 200 + 16 = 216; \\16 \times 14 &= 2 \times 1 \times 100 + 6 \times 4 = 200 + 24 = 224; \\23 \times 27 &= 2 \times 3 \times 100 + 3 \times 7 = 621; \\34 \times 36 &= 3 \times 4 \times 100 + 4 \times 6 = 1224.\end{aligned}$$

Все вычисления делаются устно.

При умножении двузначных чисел, у которых цифры десятков одинаковые, а сумма единиц равна 10, по таблице умножения находим число сотен и число единиц и записываем их рядом, таким образом получаем ответ.

Примеры:

$$62 \times 68 = 4216 \quad (6 \times 7 = 42, 2 \times 8 = 16);$$

$$84 \times 86 = 7224 \quad (8 \times 9 = 72, 4 \times 6 = 24).$$

Пользуясь этим правилом, можно решать устно и более сложные примеры:

$$108 \times 102 = 10 \times 11 \text{ сот.} + 8 \times 2 = 11 \text{ 016};$$

$$204 \times 206 = 20 \times 21 \text{ сот.} + 4 \times 6 = 42 \text{ 024};$$

$$802 \times 808 = 80 \times 81 \text{ сот.} + 2 \times 8 = 648 \text{ 016};$$

$$905 \times 905 = 90 \times 91 \text{ сот.} + 5 \times 5 = 819 \text{ 025}.$$

12. Умножение двузначных чисел, у которых сумма цифр десятков равна 10, а цифры единиц одинаковые

При умножении двузначных чисел, у которых сумма цифр десятков равна 10, а цифры единиц одинаковые, надо перемножить цифры десятков и прибавить цифру единиц, получим число сотен и затем к числу сотен припишем произведение единиц.

Примеры:

$$72 \times 32 = (7 \times 3 + 2) \text{ сот.} + 2 \times 2 = 2304;$$

$$64 \times 44 = (6 \times 4 + 4) \times 100 + 4 \times 4 = 2816;$$

$$53 \times 53 = (5 \times 5 + 3) \times 100 + 3 \times 3 = 2809;$$

$$18 \times 98 = (1 \times 9 + 8) \times 100 + 8 \times 8 = 1764.$$

13. Умножение чисел, оканчивающихся на 1

При умножении чисел, оканчивающихся на 1, надо перемножить цифры десятков и к полученному произведению прибавить сумму десятков и единицу.

Примеры:

1. $81 \times 31 = ?$

$$80 \times 30 = 2400, \quad 80 + 30 = 110, \quad 1 \times 1 = 1;$$

$$81 \times 31 = 2511.$$

2. $21 \times 31 = ?$

$$20 \times 30 = 600, \quad 20 + 30 = 50, \quad 1 \times 1 = 1;$$

$$21 \times 31 = 651.$$

3. $61 \times 51 = 3111$; $31 \times 41 = 1271$.

14. Умножение чисел, близких к 100

Примеры:

$$\begin{aligned} 95 \times 98 &= 95 \times (100 - 2) = 95 \times 100 - (100 - 5) \times 2 = \\ &= (95 - 2) \times 100 + 2 \times 5 = 9310, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 95 \times 98 &= (100 - 5) \times 98 = 98 \times 100 - 5 \times (100 - 2) = \\ &= (98 - 5) \times 100 + 2 \times 5 = 9310; \end{aligned}$$

$$78 \times 95 = \left[\begin{array}{l} 78 - 5 \\ \text{или} \\ 95 - 22 \end{array} \right] \text{ сотен} + 5 \times 22 = 7300 + 110 = 7410,$$

(5 и 25 — дополнения множителей до 100);

$$96 \times 103 = \left[\begin{array}{l} 103 - 4 \\ \text{или} \\ 96 + 3 \end{array} \right] \text{ сотен} - 4 \times 3 = 9900 - 12 = 9888,$$

(4 и -3 — дополнения множителей до 100);

$$102 \times 107 = \left[\begin{array}{l} 102 + 7 \\ \text{или} \\ 107 + 2 \end{array} \right] \text{ сотен} + 2 \times 7 = 10\,914,$$

(-2 и -7 — дополнения множителей до 100).

При умножении чисел, близких к 100, получается число, в котором число сотен равно разности одного из множителей и дополнения до 100 другого множителя. Последние цифры произведения определяются произведением дополнений множителей до 100.

15. Умножение на число, близкое к 1000

Чтобы любое число умножить на число, близкое к 1000, надо это число умножить на разность между 1000 и дополнением второго множителя до тысячи.

Примеры:

$$245 \times 998 = 245 \times (1000 - 2) = 245\,000 - 490 = 244\,510;$$

$$375 \times 999 = 375 \times (1000 - 1) = 375\,000 - 375 = 374\,625;$$

$$225 \times 997 = 225 \times (1000 - 3) = 225\,000 - 675 = 224\,325.$$

16. Умножение чисел на 101, 1001 и т.д.

Чтобы двузначное число умножить на 101, надо к этому числу приписать справа это же число.

Примеры:

$$32 \times 101 = 3232; \quad 48 \times 101 = 4848; \quad 56 \times 101 = 5656.$$

Чтобы трехзначное число умножить на 1001, надо к этому числу справа приписать это же число.

Примеры:

$$324 \times 1001 = 324\,324; \quad 648 \times 1001 = 648\,648;$$

$$999 \times 1001 = 999\,999.$$

АЛГОРИТМЫ УСКОРЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Алгебра позволяет найти удобные алгоритмы быстрого выполнения арифметических вычислений — например, для быстрого умножения чисел или возведения в квадрат.

Приведем примеры таких алгоритмов, но сделаем предварительно два замечания.

При устных вычислениях удобно пользоваться «телефонным способом чтения чисел»: каждое число разбивается на группы по 1–2 цифры (иногда 3) в каждой, и каждая группа читается как отдельное число. Например:

5328 можно читать так: пятьдесят три – двадцать восемь;

14 253 можно читать так: один, сорок – два – пятьдесят три.

Для облегчения формулировки многих алгоритмов ускоренных вычислений будем говорить: «К числу a приписать двумя цифрами (аналогично, тремя и т.д.) число b ».

Это означает: умножить число a на 100 (соответственно, на 1000 и т.д.) и к тому, что получится, прибавить число b .

Например:

Приписать к числу 38 двумя цифрами число 9 означает: написать число 3809.

Приписать к тому же числу 38 двумя цифрами число 142 означает: написать число $3800 + 142$, то есть число 3942.

Запись удобно расположить следующим образом:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3842 = 3942. \end{array}$$

Алгоритм перемножения двузначных чисел, близких к 100

Если спросить шестиклассника, какие двузначные числа труднее всего перемножить, то он, вероятно, скажет: «Числа, близкие к 100, например 98×97 ». На самом же деле такие двузначные числа легко умножить в уме.

Пишем: $98 \times 97 = 9506$ (девятью пять – ноль шесть).

Как мы произвели умножение? Узнаем недостаток первого сомножителя 98 до 100. Это будет 2. Недостаток второго сомножителя 97 до 100 равен 3. Затем из первого сомножителя (98) вычитаем недостаток (3) второго сомножителя до 100; получаем 95. Приписываем к результату двумя цифрами произведение 3×2 , то есть 6.

Здесь мы пользуемся таким алгоритмом: *если хочешь перемножить два двузначных числа, близких к 100, то поступи так:*

- 1) *найди недостатки сомножителей до сотни;*
- 2) *вычти из одного сомножителя недостаток второго до сотни;*
- 3) *к результату припиши двумя цифрами произведение недостатков сомножителей до сотни.*

Вот еще примеры:

$$\underset{8}{92} \times \underset{15}{85} = \overset{1}{77}20 = 7820; \quad \underset{12}{88} \times \underset{11}{89} = \overset{1}{77}32 = 7832.$$

А почему можно так умножать числа? Ответ на этот вопрос дает алгебра.

Пусть нужно перемножить два двузначных числа x и y , близких к 100. Запишем их так:

$x = 100 - a$, где a — недостаток числа x до 100;

$y = 100 - b$, где b — недостаток числа y до 100.

$$\begin{aligned} x \times y &= (100 - a) \times (100 - b) = (100 - a) \times 100 - 100 \times b + a \times b = \\ &= (100 - a - b) \times 100 + a \times b = (x - b) \times 100 + a \times b. \end{aligned}$$

Итак, в произведении всего $x - b$ сотен и $a \times b$ единиц. Отсюда и вытекает наш алгоритм. (Заметим, что он особенно удобен, если a и b меньше 25.)

Алгоритм возведения в квадрат чисел, близких к 50

Назовите любое число, близкое к 50, но большее, чем 50 (скажем, число 58).

Записываем: $58^2 = 3364$.

Еще пример: $63^2 = \overset{1}{38}69 = 3969$.

Как же мы так быстро произвели вычисления?

Нам опять помогает алгебра.

Пусть нужно возвести в квадрат число x , близкое к 50, но большее 50. Тогда $x = 50 + a$, где a — избыток числа x над 50.

$$\begin{aligned} x^2 &= (50 + a)^2 = 2500 + 100a + a^2 = (25 + a) \times 100 + a^2 = \\ &= (25 + x - 50) \times 100 + a^2 = (x - 25) \times 100 + a^2. \end{aligned}$$

Отсюда следует алгоритм: *если хочешь возвести в квадрат число, близкое к 50, но большее 50, то поступи так:*

- 1) *вычти из этого числа 25;*
- 2) *припиши к результату двумя цифрами квадрат избытка этого числа над 50.*

Примеры:

1. $58^2 = 3364$.

Пояснение. $58 - 25 = 33$, $8^2 = 64$, $58^2 = 3364$.

2. $64^2 = 4096$.

Пояснение. $64 - 25 = 39$, $64 - 50 = 14$, $14^2 = 196$,

$$64^2 = \overset{1}{3996} = 4096.$$

Теперь вы сами легко составите алгоритм возведения в квадрат числа, которое близко к 50, но меньше, чем 50.

Проверьте себя на примере $43^2 = 1849$.

Пользуясь алгеброй, придумайте алгоритм быстрого умножения двух трехзначных чисел, близких к 1000. Проиллюстрируйте его на примере 997×936 .

Придумайте алгоритм быстрого возведения в квадрат трехзначных чисел, близких к 100.

То же для двузначных чисел, близких к 100.

СОДЕРЖАНИЕ

Урок-экскурсия по картине Н.П. Богданова-Бельского «Устный счет». Э.П. Струнникова	3
Развитие вычислительной культуры учащихся. Н.И. Мельникова	6
Устный счет — гимнастика ума. Г.А. Филиппов	18
Алгоритмы ускоренных вычислений. Л.В. Бикташева	30

УДК 372.851
ББК 74.262.21
У81

Общая редакция серии «Математика»: *Л.О. Рослова*

Авторы: *Э.П. Струнникова, Н.И. Мельникова, Г.А. Филиппов, Л.В. Бикташева*
Составитель: *П.М.Камаев*

У81 **Устный счет** / Сост. П. М. Камаев. – М. : Чистые пруды, 2007. –
32 с. – (Библиотечка «Первого сентября», серия «Математика».
Вып. 3(15)).

ISBN 978-5-9667-0313-4

Брошюра предназначена для учителей, работающих в 5–9-х классах.
В статье рассказывается о некоторых приемах организации устного
счета, приводится много приемов, позволяющих ускорить и рационали-
зировать вычисления. Показывается, как на уроках алгебры можно обо-
сновать алгоритмы устных вычислений.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

Учебное издание

УСТНЫЙ СЧЕТ

Редактор *П.М. Камаев*

Корректор *Л.А. Громова*

Компьютерная верстка *С.В. Сухарев*

Свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-19078 от 08.12.2004 г.

Подписано в печать 23.04.2007.

Формат 60×90^{1/16}. Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Печ. л. 2,0

Тираж экз. Заказ №

ООО «Чистые пруды», ул. Киевская, д. 24, Москва, 121165

Тел. (499) 249-28-77, <http://www.1september.ru>

Отпечатано с готовых диапозитивов в Раменской типографии

Сафоновский пр., д. 1, г. Раменское, МО, 140100

Тел. (495) 377-07-83. E-mail: ramentip@mail.ru

ISBN 978-5-9667-0313-4

© ООО «Чистые пруды», 2007